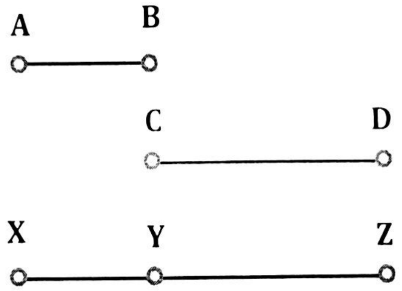
ملاحظة 17 (Remark 17) : من التعريف 23 نستنتج أن $A - B \cong C - D$ إذا وفقط إذا $m(A - B) = m(C - D)$.

مبرهنة 35 (Theorem 35) : قياس قطع المستقيمات هو علاقة تكافؤ .

تعريف 24 (Definition 24) : $m(X - Z) = m(A - B) + m(C - D)$ يعني أن هنالك نقطة Y بحيث أن $X - Y - Z$ و $A - B \cong X - Y$ و $Y - Z \cong C - D$.



تعريف 25 (Definition 25) : $m(A - B) \angle m(C - D)$ اذا وفقط اذا $A - B \angle C - D$.

مبرهنة 36 (Theorem 36) : إذا كان $m(C - D) \angle m(E - F)$ فان $m(A - B) + m(C - D) \angle m(A - B) + m(E - F)$.

مبرهنة 37 (Theorem 37) : إذا كان $m(A - B) \angle m(E - F)$ و $m(C - D) \angle m(G - H)$ فان $m(A - B) + m(C - D) \angle m(E - F) + m(G - H)$.

مبرهنة 38 (Theorem 38) : في أي مثلث يكون مجموع قياس أي ضلعين أكبر من قياس الضلع الثالث .

البرهان :

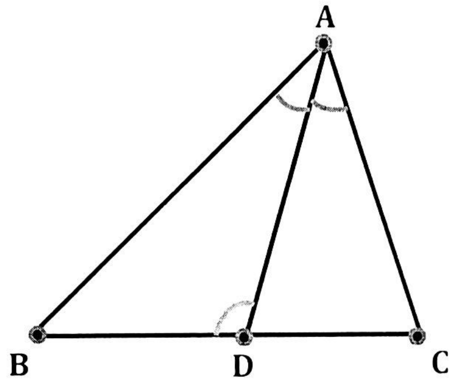
ليكن ABC أي مثلث فيجب أن نبرهن على أن :

$$m(B - C) \angle m(A - B) + m(A - C)$$

و $m(A-C) \angle m(A-B) + m(B-C)$

و $m(A-B) \angle m(B-C) + m(A-C)$

سنبرهن الحالة الاولى كما يلي :



نرسم من النقطة A منصفا للزاوية BAC بحيث يقطع $B-C$ في النقطة D اي انه قد اصبح لدينا $\overrightarrow{AD}$ منصفا $< BAC$ وان $B-D-C$.

اذن اصبح لدينا $< ADB$ هي زاوية خارجية للمثلث ADC .

اذن حسب المبرهنة (اي زاوية خارجية لمثلث تكون اكبرمن اي زاوية داخلية غير مجاورة لها) يكون لدينا

$< ADB \angle < DAC$.

لكن $< DAC \cong < BAD$.

اذن حسب مبرهنة (30) (إذا كانت $< DEF \angle < ABC$ و $< GHK \cong < ABC$ فان $< DEF \angle < GHK$) يكون لدينا $< ADB \angle < DAB$.

لذا حسب المبرهنة (إذا كانت زاويتان في مثلث غير متطابقتين فان الضلعين المقابلين لهما غير متطابقين والضلع الاصغر يقابل الزاوية الصغرى) يكون لدينا $B-A \angle D-B$.

بنفس الطريقة نستطيع أن نبرهن أن $C-A \angle C-D$.

حسب مبرهنة (37) (إذا كان $m(F-E) \angle m(B-A)$ و $m(H-G) \angle m(D-C)$ فان $m(H-G) + m(F-E) \angle m(D-C) + m(B-A)$) يكون لدينا

$m(C-A) + m(B-A) \angle m(C-D) + m(D-B)$ أي أن

$m(C-A) + m(B-A) \angle m(C-B)$.

بنفس الطريقة أعلاه نبرهن الحالتين الثانية والثالثة .

تعريف 26 (Definition 26) : قياس (Measure) $< ABC$ هو مقدار أي زاوية من مجموعة كل الزوايا التي تطابق $< ABC$ ويرمز لها بالرمز $m(< ABC)$.

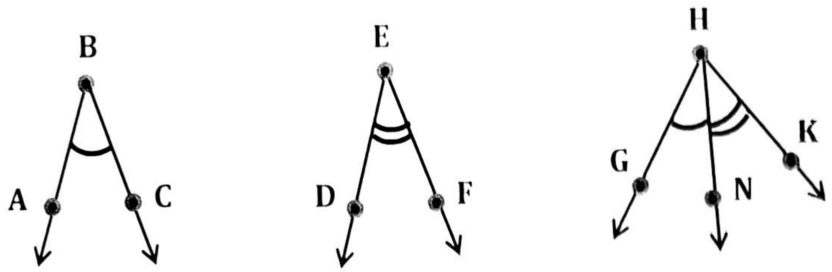
ملاحظة 18 (Remark 18) : من التعريف 26 نستنتج أن $< ABC \cong < DEF$ إذا وفقط إذا $m(< ABC) = m(< DEF)$.

مبرهنة 39 (Theorem 39) : قياس الزوايا هو علاقة تكافؤ .

تعريف 27 (Definition 27) : لتكن $< ABC$ و $< DEF$ أي زاويتين .

إذا كانت هنالك $< GHK$ وكان شعاع $\overrightarrow{HN}$ في داخلها بحيث أن $< ABC \cong < GHN$ و $< DEF \cong < NHK$ فإن حاصل جمع $m(< ABC)$ و $m(< DEF)$ يكون موجوداً وكما يلي :

$m(< GHK) = m(< ABC) + m(< DEF)$.



ملاحظة 18 (Remark 18) : يكون جمع الزاويتين موجوداً اذا كان مجموع الزاويتين أقل من قائمتين .

تعريف 28 (Definition 28) :

$< ABC \angle < DEF$ إذا وفقط إذا $m(< ABC) \angle m(< DEF)$.

مبرهنة 40 (Theorem 40) : إذا كان $m(< ABC) \angle m(< DEF)$ فان

$m(< GHK) + m(< ABC) \angle m(< GHK) + m(< DEF)$ إذا كان الجمع موجوداً .

<u>مبرهنة 41 (Theorem 41) :</u>

إذا كان $m(<ABC) \angle m(<DEF)$ و $m(<GHK) \angle m(<LMN)$ فإن $m(<ABC) + m(<GHK) \angle m(<DEF) + m(<LMN)$ إذا كان الجمع موجوداً .

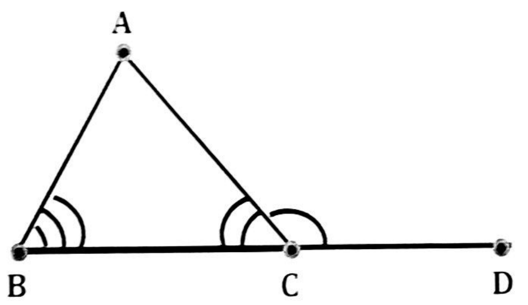
<u>مبرهنة 42 (Theorem 42) :</u> في أي مثلث يكون مجموع أي زاويتين أصغر من زاويتين قائمتين .

<u>البرهان :</u>

ليكن ABC أي مثلث فيجب أن نبرهن على ان مجموع اي زاويتين من زواياه أقل من زاويتين قائمتين .

سنبرهن على ان $< ACB + < ABC \angle 180^\circ$ كما يلي :

نمد الضلع $B - C$ على استقامته الى النقطة D بحيث ان $B - C - D$ كما في الشكل التالي :



لدينا $< ACD$ هي زاوية خارجية للمثلث ABC لذا يكون لدينا $< ACD \angle < ABC$ حسب المبرهنة (أي زاوية خارجية لمثلث تكون أكبرمن أي زاوية داخلية غير مجاورة لها) .

إذن يكون لدينا $< ACB + < ACD \angle < ACB + < ABC$.

لكن $< ACB + < ACD = 180^\circ$.

لهذا يكون لدينا $< ACB + < ABC \angle 180^\circ$.