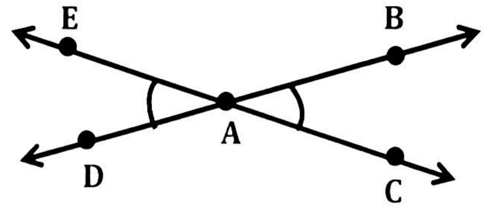
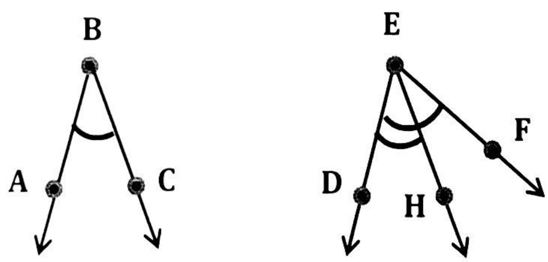
(3



في الشكل أعلاه لدينا < BAC و < DAE هما زاويتان رأسيتان فحسب نتيجة (3) لمبرهنة (28)

تكون < BAC ≅ < DAE .

<u>**تعريف 22 (Definition 22) :**</u> تكون زاوية **ABC** أصغر من زاوية **DEF** ويرمز لها **< DEF ∠ < ABC** إذا وفقط إذا يوجد شعاع $\overrightarrow{EH}$ في داخل **< DEF** بحيث أن **< ABC ≅ < DEH** .



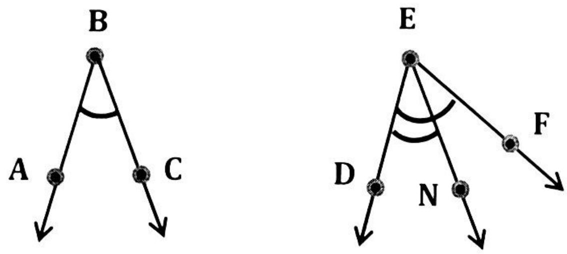
<u>**مبرهنة 29 (Theorem 29) :**</u> إذا كانت **< ABC** و **< DEF** أي زاويتين فأن عبارة واحدة فقط تتحقق مما يأتي :

أما **< DEF ∠ < ABC** أو **< ABC ≅ < DEF** أو **< ABC ∠ < DEF** .

<u>**مبرهنة 30 (Theorem 30) :**</u> إذا كانت **< DEF ∠ < ABC** و **< ABC ≅ < GHK** فان **< DEF ∠ < GHK** .

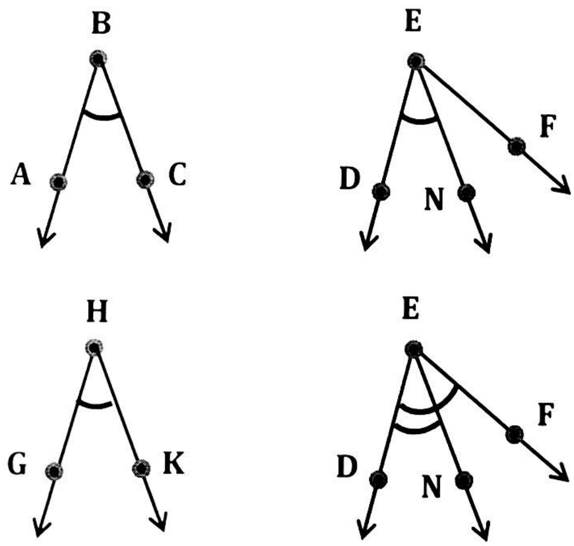
<u>**البرهان :**</u>

بما أن **< DEF ∠ < ABC** بالفرض . فحسب تعريف (22) يوجد شعاع $\overrightarrow{EN}$ في داخل **< DEF** بحيث أن **< ABC ≅ < DEN** .

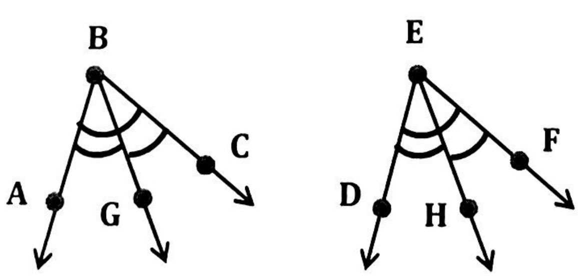


بما أن < GHK ≅ < ABC بالفرض فان < DEN ≅ < GHK حسب بديهية (12)

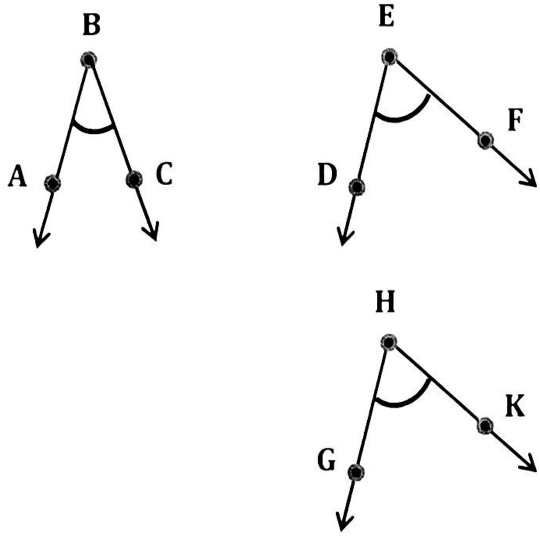
إذن < DEF ∠ < GHK حسب تعريف (22) .



مبرهنة 31 (Theorem 31) : إذا كانت < DEF ≅ < ABC وأن الشعاع $\overrightarrow{BG}$ في داخل < ABC فانه يوجد شعاع $\overrightarrow{EH}$ في داخل < DEF بحيث أن < DEH ≅ < ABG و < HEF ≅ < GBC .

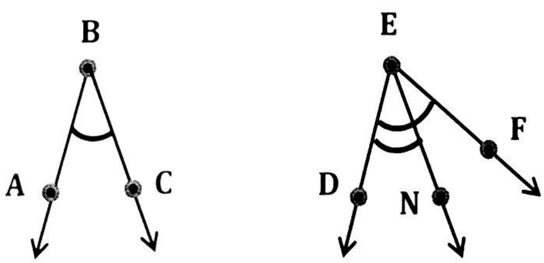


مبرهنة 32 (Theorem 32) : إذا كانت $< DEF \angle < ABC$ و $< GHK \cong < DEF$ فان $< GHK \angle < ABC$.

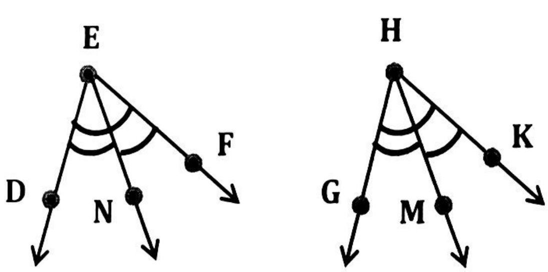


البرهان :

بما أن $< DEF \angle < ABC$ بالفرض . فحسب تعريف (22) يوجد شعاع $\overrightarrow{EN}$ في داخل $< DEF$ بحيث أن $< DEN \cong < ABC$.

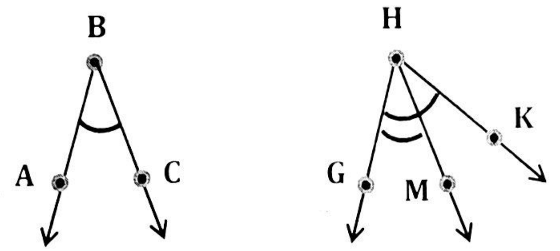


إذن حسب مبرهنة (31) يوجد شعاع $\overrightarrow{HM}$ في داخل $< GHK$ بحيث أن $< GHM \cong < DEN$.

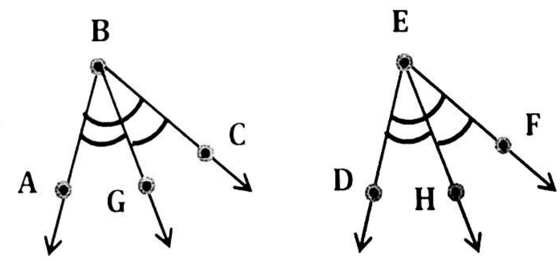


بما أن $< ABC \cong < DEN$ فحسب بديهية (12) $< ABC \cong < GHM$.

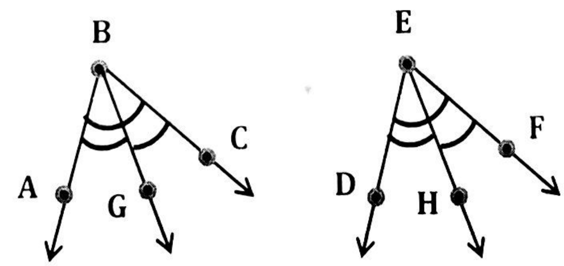
إذن $< ABC \angle < GHK$ حسب تعريف (22) .



مبرهنة 33 (Theorem 33) : إذا كانت $< ABC$ و $< DEF$ لهما على التوالي الشعاعين $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{EH}$ يقعان داخليهما بحيث أن $< ABG \cong < DEH$ و $< GBC \cong < HEF$ فان $< ABC \cong < DEF$.



مبرهنة 34 (Theorem 34) : إذا كانت $< ABC \cong < DEF$ وكانت $< ABC$ و $< DEF$ لهما على التوالي الشعاعين $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{EH}$ يقعان داخليهما بحيث أن $< ABG \cong < DEH$ فان $< GBC \cong < HEF$.

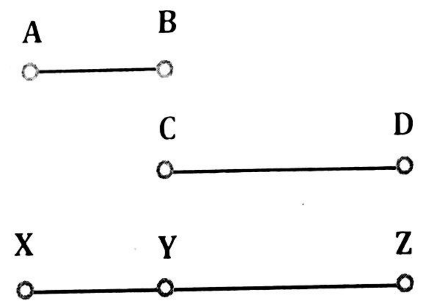


تعريف 23 (Definition 23) : قياس (Measure) قطعة المستقيم $A - B$ هو طول اي قطعة مستقيم من مجموعة كل قطع المستقيمات التي تطابق $A - B$ ويرمز لها بالرمز $m\,(A - B)$.

ملاحظة 17 (Remark 17) : من التعريف 23 نستنتج أن $A - B \cong C - D$ إذا وفقط إذا $m(A - B) = m(C - D)$.

مبرهنة 35 (Theorem 35) : قياس قطع المستقيمات هو علاقة تكافؤ .

تعريف 24 (Definition 24) : $m(X - Z) = m(A - B) + m(C - D)$ يعني أن هنالك نقطة Y بحيث أن $X - Y - Z$ و $A - B \cong X - Y$ و $Y - Z \cong C - D$.



تعريف 25 (Definition 25) : $m(A - B) \angle m(C - D)$ اذا وفقط اذا $A - B \angle C - D$.

مبرهنة 36 (Theorem 36) : إذا كان $m(C - D) \angle m(E - F)$ فان $m(A - B) + m(C - D) \angle m(A - B) + m(E - F)$.

مبرهنة 37 (Theorem 37) : إذا كان $m(A - B) \angle m(E - F)$ و $m(C - D) \angle m(G - H)$ فان $m(A - B) + m(C - D) \angle m(E - F) + m(G - H)$.

مبرهنة 38 (Theorem 38) : في أي مثلث يكون مجموع قياس أي ضلعين أكبر من قياس الضلع الثالث .

البرهان :

ليكن ABC أي مثلث فيجب أن نبرهن على :

$$m(B - C) \angle m(A - B) + m(A - C)$$