القياس Measure

تعريف (27): قياس (Measure) قطعة مستقيم $A-B$ هو مجموعة كل قطع المستقيمات التي تطابق $A-B$ ويرمز لها بالرمز $m(A-B)$.

من التعريف نستنتج ان $A-B \cong C-D \Leftrightarrow m(A-B)-m(C-D)$ قياس قطعة المستقيم هو علاقة التكافؤ.

تعريف (28): $m(A-B)+m(C-D)$ يعني $m(X-Z)$ حيث أن

$X-Z$ قطعة مستقيم بحيث انه توجد نقطة Y و $X-Y-Z$

وإن $A-B \cong X-Y$ و $C-D \cong Y-Z$

مبرهنة (59) إذا كان $m(C-D) < m(E-F)$ فإن

$$m(A-B)+m(C-D) < m(A-B)+m(E-F)$$

مبرهنة (60):

إذا كان $m(C-D) < m(E-F)$ فإن

$$m(C-D)+m(A-D) < m(E-F)+m(A-B)$$

مبرهنة (61):

إذا كان $m(A-B) < m(C-D)$ و $m(E-F) < m(G-H)$

فإن $m(A-B)+m(E-F) < m(C-D)+m(G-H)$

البرهان:

من مبرهنة (60) إذا كان $m(A-B) < m(C-D)$ فإن

$$m(A-B)+m(E-F) < m(C-D)+m(E-F)$$

من مبرهنة (59) إذا كان $m(E-F) < m(G-H)$ نستنتج ان

$$m(C-D)+m(E-F) < m(C-D)+m(G-H)$$

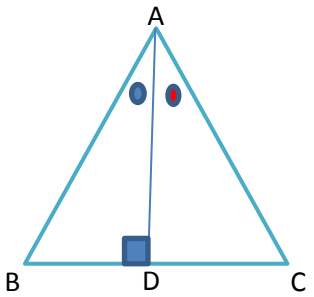
لذلك من التعويض ومن الخاصية المتعدية يكون:

$$m(A-B)+m(E-F) < m(C-D)+m(E-F) < m(C-D)+m(G-H)$$
$$\Rightarrow m(A-B)+m(E-F) < (C-D)+m(G-H)$$

مبرهنة (62): في أي مثلث يكون أي ضلعين معاً أكبر من الضلع الثالث.

البرهان: ليكن ABC مثلثاً يجب ان نبرهن:

$$m(B-C) < m(A-B) + m(A-C)$$
$$m(A-C) < m(A-B) + m(B-C)$$
$$m(A-B) < m(B-C) + m(A-C)$$



سنبرهن الحالة الأولى وبنفس الطريقة نبرهن البقية:

ليكن $\overline{AD}$ منصف $\measuredangle BAC$ يقطع $B-C$ في نقطة D أي إن $B-D-C$ لذلك تكون $\measuredangle ADB$ زاوية خارجية للمثلث ADC لذا من مبرهنة (أي زاوية داخلية لمثلث تكون أصغر من أي زاوية خارجية مقابلة لها) $\measuredangle ADB > \measuredangle DAC$ لكن

$$\measuredangle DAC \cong \measuredangle BAD$$

لذلك من مبرهنة **(53)** { إذا كان $\measuredangle B < \measuredangle A$ و $\measuredangle A \cong \measuredangle C$ فإنه $\measuredangle B < \measuredangle C$ } .

$$\measuredangle BAD < \measuredangle ADB$$

ومن مبرهنة (إذا كانت زاويتان في مثلث غير متطابقتين فإن الضلعين المقابلين لهما غير متطابقين والضلع الأصغر يقابل الزاوية الصغرى) $\Leftarrow B-D < A-B$

وبنفس الطريقة نستطيع ان نبين ان $C-D < A-C$ لذلك من مبرهنة (61)

$$m(B-D) + m(C-D) < m(A-B) + m(A-C)$$

أي ان $m(B-C) < m(A-B) + m(A-C)$