الكور والمكعبات النسبية : Lec8

رأينا كيف يمكن التغلب على مشكلة تمثيل كميات عظيمة التفاوت و الاختلاف بالرموز النسبية إذا أدخلنا في حسابنا البعد الثاني حينها نستخدم من الرموز ، ومن ثم أنتج لنا هذا البعد الثاني رموزاً نسبية مساحية أهمها : الدائرة والمربع والمثلث ، وقد عالجنا كلا من هذه الرموز في شيء من التفصيل في الصفحات السابقة .

ولكن إمكانية التعامل مع قيم وكميات ذات مدى أعظم لا تتوقف عند ذلك ، إذ يمكن إدخال البعد الثالث عند استخدام هذه الرموز النسبية ، و بالتالي ينشا عن إدخال هذا البعد الثالث ظهور رموز حجمية ـ تتناسب أحجامها مع مقدار الكميات التي تمثلها . ومن أهم هذه الرموز الكور spheres النسبية ، وكذلك المكعبات Cubes النسبية التي يقل استخدامها إلى حد كبير في خرائط التوزيعات .

وقد رأينا أن استخدام الرموز النسبية المساحية - كالدوائر والمربعات - يعطينا من مزايا هذه الرموز اكثر من عيوبها . ولكن الكور والمكعبات لها من المثالب ما يفوق مزاياها .

ولعل أعظم ميزة للرموز الحجمية هي أننا نستطيع أن نمثل بالكور او المكعبات كميات أعظم مدى و تفاوتاً في مقاديرها فحجم هذه الرموز يتناسب مع مكعب نصف القطر (في حالة الكور) أو مع مكعب طول الضلع (في حالة المكعبات) ؛ فالرمز الأكبر عشرة مرات من رمز آخر سوف يمثل هنا كمية أكبر بألف مرة ($١٠^{٣}$) من الكمية التي يمثلها هذا الرمز الآخر ، ذلك لأننا حينما نريد تمثيل كميات معينة برموز حجمية فيجب أن نستخرج أولا الجذور التكعيبية لهذه الكميات ، ونعتبر هذه الجذور التكعيبية أنصاف أقطار للدوائر التي سنعطيها شكل الكور ، أو نعتبرها طول ضلع المكعبات التي سنرسمها .

ولكي نوضح هذه الميزة العظيمة لرموز الأحجام ، نتذكر ما أشرنا إليه عن طريقة استخدام الدوائر النسبية مع النقط الكمية لتمثيل سكان المدن والريف في خرائط توزيع السكان ، فقد ذكرنا أن العلاقة بين طول قطرالدائرة التي تمثل مدينة سكانها ١,٠٠٠,٠٠٠ نسمة وبين طول قطر النقطة مدلولها الكمي ١٠,٠٠٠ يجب أن تكون هذه النسبة ١:١٠ بمعنى أنه إذا كان طول قطر النقطة هنا ا مم فينبغي أن يكون طول قطر دائرة هذه المدينة ١٠ مم .

ولكن لا يعني استخدام الدوائر والنقط الكمية في مثل هذه الخريطة السكانية أنه الاستخدام الأمثل والوحيد ، فقد يخلق لنا استخدام هذين الرمزين مشاكل فنية صعبة فإذا اخترنا مدلولا كمياً للنقطة مقداره ١٠,٠٠٠ نسمة مثلا ، فغالباً ما يعتبر هذا المداول الكمي عالياً جداً لكي يصور توزيع سكان الريف حتى على المقياس القاري ومن جهة أخرى ، إذا اخترنا مدلولا كميا أصغر للنقطة ، فلابد بالتناظر أن تكبر مساحات الدوائر التي تمثل سكان المدن ، إلى الحد الذي يتعذر عنده رسم هذه الدوائر في خريطة محدودة الأبعاد ، أو يصبح شكلها غير مألوف .

ولكي نتغلب على هذه المشكلة ، نضطر إلى استخدام الكور النسبية بدلا من الدوائر النسبية ، وكان الجغرافي السويدي " ستن دي جير " أول من استخدم الكور النسبية مع النقط في خرائط السكان سنة ١٩١٩ والواقع أن الكرة تشغل على الخريطة مساحة أقل بكثير من مساحة الدائرة التي تمثل نفس عدد السكان ، ذلك لأننا سنرسم قطرة الكرة بعد أن نستخرج الجذر التكعيبي لعدد سكان المدينة وتصبح العملية الحسابية في المثال السابق كما يلى :

$$\frac{\text{قطر الكرة التي تمثل مليون نسمة}}{\text{قطر النقطة التي تمثل 10,000}} = \frac{1,000,000}{10,000} = \frac{100}{21,54} = \frac{4,6}{1}$$

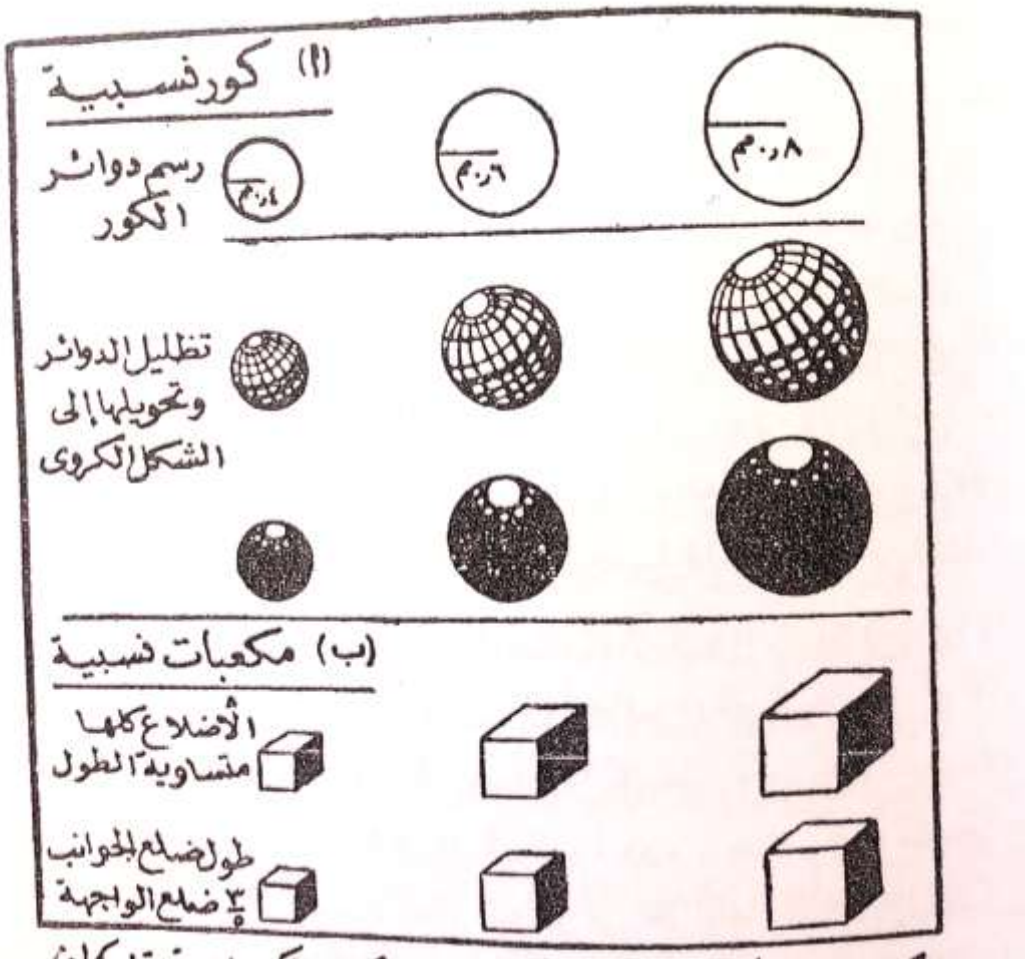
بمعنى انه اذا كان قطر النقطة التي تمثل ١٠,٠٠٠ نسمة طوله ملليمتر واحد فأن طول قطر الكرة التي تمثل مدينة سكانها مليون نسمة يجب ان يكون ٤,٦ مم .

ومن هنا يتضح الفرق بين استخدام الدوائر والنقط من ناحية ، و بين الكور والنقط من ناحية أخرى في خرائط توزيع السكان ، اذ ستكون النسبة بين طول قطر الدائرة وهو ١٠ ملم وبين طول قطر الكرة ٤,٦ مم) هي ١:٢,٢ تقريبا وبذلك نستطيع أن نرسم الكرة في أقل من ربع المساحة ال كانت ستشغلها الدائرة التي تمثل نفس عدد السكان .
ولكن عند هذا الحد تنتهي الميزة الأساسية لاستخدام الرموز الحجمية ولننظر الآن في عيوب ومشاكل رموز الأحجام النسبية باختصار :

١ - رغم أن العلاقة بين حجم هذه الرموز والكميات التي تمثلها صحيحة رياضياً إلا أن قدرة معظم الناس على ترجمة التمثيل المرئي لهذه الرموز قدرة محدودة جداً في الحقيقة . فالقارئ .غالباً مالا يستطيع أن يستوعب أو يدرك هذا المفهوم القاتل مثلا أن رمزا أكبر عشرة مرات من رمز آخر يمثل زيادة مقدارها ألف مرة قدر ما يمثله هذا الرمز الآخر - حتى مع وجود مفتاح يساعد على قياس الكور أو المكعبات وهذا مثال من أمثلة الالتزام الصارم بالقوانين الرياضية مع نسيان التصور المحدود للقارئ .
فحينما تمثل كميات برموز نسبية مختلفة الأنواع ، نلاحظ أن تقدير هذه الكميات من الأعمدة النسبية أمر سهل ، ثم يصبح هذا التقدير أكثر صعوبة في حالة الدوائر والمربعات ، ولكنه في حالة الكور والمكعبات يكاد يكون أمراً مستحيلا بالنسبة للشخص العادي .

٢ - رسم رموز الأحجام ليس أمرا سهلا على الإطلاق ، فالمفروض أن نعطي الكرة أو المكعب الشكل الحجمي بأبعاده الثلاثة على سطح الخريطة المستوى في الواقع ، وهذا يتطلب جهداً وعملا إضافياً حتى يبدو الشكل الحجمي للرمز واضحا لعين القارئ وحتى إذا نجحنا بعد هذا الجهد في جعل الدائرة تبدو على شكل الكرة ، نجد أحياناً أن لهذا الرمز الحجمي تأثيراً مشوشاً على عين القارئ إذ ستظهر الكور و كأنها "عائمة "، أو طافية على سطح الخريطة ومنفصلة عن مواضعها المكانية .
٣ - ذكرنا أن الرموز النسبية ذات المساحة يمكن تقسيمها لبيان تفصيلات أكثر ، فمثلا يمكن تقسيم الدائرة التي تمثل مجموع القوة العاملة في منطقة ما إلى قطاعات تمثل نسب العاملين في الزراعة وفي التجارة والصناعة . . الخ ولكن رموز الأحجام لا يمكن تقسيمها لتوضيح بيانات إضافية أو تفصيلية وهذا من أهم عيوب استخدام رموز الأحجام الكور والمكعبات وقد ذكرنا في حالة تمثيل عدد السكان بالنقط والدوائر النسبية ، أنه ينبغي أن تكون الدائرة الممثلة لسكان المدينة شفافة حتى يمكن أن تظهر ما تحتها من نقط تمثل سكان الريف المجاور للمدينة ولكن هذا أمر غير ممكن في حالة استخدام الكور مع النقط .
وعلى كل حال ، نضطر أحيانا إلى استخدام الرموز النسبية ذات الأحجام في التمثيل الكرتوجرافي ، رغم ما في استخدامها من عيوب . وفي حالة رسم الكرة ، نبدأ أولا برسم دائرة عادية ثم نعطيها الشكل الحجمي : إما أن نجعلها تمثل" الكرة الأرضية " وذلك برسم شبكة رمزية من خطوط الطول والعرض و الدائرة التي ستبدو في هذه الحالة على شكل كرة وإما أن نطمس كل مساحة الدائرة باللون الأسود مع ترك مساحة بيضاء في أعلى الكرة على شكل بيضاوي بحيث تبدو كالنور الساطع في أعلى الكرة (شكل ٣) .
أما المكعبات فهناك شكلان منها : نوع متساوي الأضلاع والارتفاعات isometric حيث تكون أطوال الوجهة والجوانب متساوية ، والنوع الآخر يبدو على شكل الصندوق أو الدولاب cabinet - حيث يكون طول الجوانب فيه نصف طول الوجهة وقد قام " روس ما كاى " بعدة تجارب لاختيار الشكل الأمثل من المكعبات التي تستخدم في خرائط التوزيعات . وهو يرى أن أحسن شكل في هذا الصدد هو المكعب الذي يكون فيه طول ضلع جوانبه $\frac{3}{5}$ طول ضلع واجهته ، بحيث تميل هذه الجوانب من ٣٠° الى ٥٠° من الخط الأفقي ، وهو يفضل أيضا أن تكون جوانب المكعب على يمين الناظر إلى الخريطة .

ويحتوي شكل ٣ على نماذج عامة من الكور والمكعبات التي تمثل عدد سكان أكبر ثلاث مدن مصرية وهي : القاهرة (٤,٢٢٠,٠٠٠نسمة سنة ١٩٦٦ ، والإسكندرية (١,٨٠١,٠٠٠ نسمة) (ثم مدينة الجيزة ٥٧١,٠٠٠ نسمة) وقد بدأنا أولا باستخراج الجذور التكعيبية لهذه الأعداد من الجداول الرياضية ، فكانت هذه الجذور التكعيبية كما يلى على الترتيب : ١٦١,٦ – ١٢١,٦٤ – ٨٢,٩٦ ثم اخترنا أطوالا مناسبة لتمثل أنصاف دوائر الكور أو لتمثل طول ضلع واجهة المكعبات ، وذلك بان قسمنا كل جذر تكعيبي على العدد ٢٠٠ ، فكانت نتيجة هذه الأطوال ما يلى على الترتيب : ٠,٨ – ٠,٦ – ٠,٤ سنتيمتر واعتبرنا هذه الأطوال أنصاف أقطار للدوائر التي حولناها بالتظليل إلى الشكل الكروي (شكل ٣ - ا) كما اعتبرنا نفس هذه الأطوال أضلاع لواجهة المكعبات التي تمثل هذه المدن الثلاث أيضاً (شكل ٣ – ب) .



شكل (٣) انماط من رموز الحجم النسبية (الكور والمكعبات) تمثل سكان مدن القاهرة والاسكندرية والجيزة