**المخطط Graph :**

هو عبارة عن مجموعة من العناصر (V) تمثل بنقاط (رؤوس) تسمى (Vertices) ومفردها Vertex)) وهذه العناصر تربطها علاقة (E) تمثل بخطوط تسمى حافات (edges) ومفردها (edge) أي أن المخطط G= (V,E) هو مجموعة من العناصر والعلاقات وفق الشكل التالي:

=V (G) {1,2,3,4,5,6} العناصر

=E (G) {(1,2),(1,3),(2,3),(2,4),(3,5),(3,6)} العلاقات

3

2

6

4

1

5

الشكل (1)

والمخططات على نوعين هما:-

**أ-المخطط غير المتجه undirected graph :**

هو المخطط الذي تكون العلاقات بين عناصره (رؤوسه) غير مرتبة (unordered) أي أن الاتجاه غير مهم في تلك العلاقة فمثلا الحافة (1,2) هي نفسها (2,1).

**ب-المخطط المتجه directed graph:**

هو المخطط الذي تكون العلاقة بين عناصره (رؤوسه) مرتبة بنمط معين (ordered) أي أن الاتجاه مهم في تحديد تلك العلاقة فمثلا الحافة (1,2) تختلف عن (2,1) وتمثل هذه العلاقة بوضع سهم في مقدمة الخط ليوضح الاتجاه فالشكل (2) يبين أن هناك علاقة بين (3,2) ممثلة بمستقيم أي أن أتجاه العلاقة هي من (2 3) وهناك علاقة أخرى تختلف عنها هي (2,3) ممثلة بمستقيم أخر ويعني أن العلاقة من (3 2),

1

4

2

3

5

الشكل (2)

فمثلا لو كان المخطط أعلاه يمثل طرق المواصلات بين مجموعة المدن 5,4,3,2,1 فيمكن أن نقول أن هنالك طريق من المدينة (1 2 ) باتجاه واحد ولا يسمح باستخدامه من المدينة (2) الى المدينة(1) ولكن هنالك طريق من المدينة (2) الى المدينة (3) (2 3) ويسمح باستخدامه باتجاه معكوس من المدينة (3) (2).

**المسارpath:**

هو مجموعة المستقيمات (الخطوط) التي توصل بين أي نقطتين في المخطط فبين النقطتين 5,1 في الشكل (1) يكون المسار هو (3,1) , (5,3).

**طول المسارpath Length :**

يقصد به عدد المستقيمات (الخطوط) التي تربط أو تصل بين أي نقطتين في المخطط فمثلا:-

بين النقطتين 6,2 طول المسار =2 وهما (3,2),(6,3).

بين النقطتين 6,1 يوجد مساران هما (2,1),(3,2) وطوله 3 ومسار أخر هو (3,1),(6,3) وطوله 2.

**المخطط المتصلconnected Graph :**

هو المخطط الذي توجد فيه مسارات بين أي نقطتين من نقاط المخطط.

**المخطط غير المتصلUnconnected Graph :**

هو المخطط الذي تكون بعض نقاطه غير متصلة بمسار بينها.

**1 تمثيل المخطط:Graph Representation**

أن اختيار طريقة تمثيل المخطط يعتمد على نوع التطبيق المطلوب أنجازه وطبيعة وظائفه وسنوضح هنا طريقتين منها هما:-

1. **استخدام مصفوفة المتجاورات Adjacency Matrix:**

يمثل المخطط بمصفوفة مربعة درجتها مساوية لعدد رؤوس (نقاط) المخطط (No. of Vertices),فإذا كان عدد الرؤوس (3) فأن المصفوفة تكون بأبعاد (3\*3), أما أذا كان عدد الرؤوس (7) فأن المصفوفة يجب أن تكون بأبعاد (7\*7) وهكذا بالنسبة للمخططات الاخرى.

S333333333

S1

S2

S4

لنأخذ المخطط التالي:-

الشكل (3)

هذا المخطط هو مخطط متجه يتكون من (4) نقاط (رؤوس)Vertices (S4,S3,S2,S1) وخمسة خطوط (حافات-edges) ويمثل في مصفوفة مربعة درجتها (4) وعناصرها (Si,j) حيث (i) يمثل نقطة البداية و(j) نقطة النهاية ففي حالة وجود خط (حافة) بين النقطتين يمثل الموقع بالقيمة (1) وبعكسه يمثل بالقيمة (0).

فالصورة العامة للمصفوفة ستكون كالاتي:-

4 3 2 1 S:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| S1.4 | S1.3 | S1.2 | S1.1 |
| S2.4 | S2.3 | S2.2 | S2.1 |
| S3.4 | S3.3 | S3.2 | S3.1 |
| S4.4 | S4.3 | S4.2 | S4.1 |

وعند تمثيل القيم لكل مسار ستصبح بالشكل التالي:-

4 3 2 1 S:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |

وهذه المصفوفة تعكس حالة المخطط أذ منها يتضح:-

-وجود خط (حافة) من (S1 S2)

-وجود خط (حافة) من(S1 S4)

-وجود خط (حافة) من(S3 S2)

-وجود خط (حافة) من(S3 S4)

-وجود خط (حافة) من(S4 S3)

-لا يوجد خط من S1 الىS3

-لا يوجد خط من S2 الى أية نقطة أخرى

-لا يوجد خط من S3 الى S1

-لا يوجد خط من S4 الى S1 أو S2

أن المصفوفة التي تمثل المخطط المتجه تتصف بما يأتي:-

\*غير متناظرة.

\*مجموع القيم في كل صف (Row) تعطي (تمثل) عدد الخطوط الخارجة (out degree) من كل نقطة, فالصف الثالث (i=3) مثلا يكون مجموع القيم فيه هو (2) لان النقطة الثالثة (S3) يخرج منها خطان الى كل من (S4,S2).

\*مجموع القيم في كل عمود (column) تعطي (تمثل) عدد الخطوط الداخلة (in degree) الى كل نقطة, فالعمود الرابع (j=4) مثلا يكون مجموع القيم فيه هو (2) لان النقطة الرابعة (S4) يدخل اليها خطان من (S1),(S3).

أما المخطط غير المتجه التالي:-

T1

T3

الشكل (4)

T4

T2

T5

فيتكون من (5) نقاط (رؤوس Vertices) هي T5,T4,T3,T2,T1 وستة خطوط (حافات) يمثل في مصفوفة مربعة درجتها (5) وتكون قيمة الموقع (1) في حالة وجود خط بين النقطتين بغض النظر عن الاتجاه.

فتكون المصفوفة كما في الشكل ويتضح

5 4 3 2 1 T

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

أن الخط الموجود من (T1) الى (T2) ممثل بالموقع (1,2) T وقيمته (1) وهو نفس الخط الموجود من (T2) الى (T1) وممثل بالموقع T(2,1) وقيمته (1) ايضا وهكذا بالنسبة للخطوط الاخرى بين اية نقطتين.

أن هذه المصفوفة تتصف بما يأتي:-

\*متناظرة حول المحور (المثلث الاعلى يناظر المثلث الاسفل) ولهذا يمكن اختصار نصف المساحة الخزنية وذلك بتمثيل أحد المثلثين فقط.

\*أن مجموع القيم في كل صف (Row) تعطي (تمثل) عدد الخطوط الخارجة (out degree) من كل نقطة فالصف الرابع (i=4) مثلا يكون مجموع القيم فيه هو (1) لان النقطة الربعة (T4) يخرج منها خط واحد الى النقطة ((T5.

**هيكل الشجرةTree Structure :**

هناك هياكل بيانية مماثلة للمخطط **المتجه**, أي أنها هياكل بيانية غير خطية (Non-Linear) مثل تشعب طرق المواصلات في خرائط المدن, واعتماد مبادئ نظرية المخططات يساعد على تمثيل هذه الهياكل البيانية والتعامل معها من حيث البرمجة والتخزين باستخدام الحاسوب.

**الشجرة Tree :**

هي هيكل من نوع مخطط متجه (Digraph) directed Graph

ولكن بدون تشكيل دائري (No cycle) أي هناك خط واحد يوصل بين أي نقطتين (عقدتين)

هيكل شجرة الشكل (8) ليس هيكل شجرة

كما يمكن تعريف هيكل الشجرة بأنه مجموعة من العقد تتصف بما يأتي:-

+ توجد عقدة واحدة تسمى الجذر (Root) وهي التي لا يسبقها أية عقدة (العقدة التي ليس لها أب It has no father).

+ العقد المتبقية remaining nodes مجزأة الى مجموعات منفصلة كل منها هو هيكل شجرة أيضا يسمى شجرة فرعية (sub tree).

لنأخذ هيكل الشجرة الاتي:-

A

H

C

B

F

E

D

G

I

الشكل (9)

وفيما يأتي عدد من التعريفات لتوضيح المفردات المتعلقة بهيكل الشجرة وطريقة استخدامها مع الاشارة الى الشكل اعلاه.

**جذر الشجرة : Root**

هي العقدة التي لا تسبقها عقدة أخرى في الشجرة أي أنها ليس لها أب (it has no father) أي العقدة (A) في الشكل السابق.

**العقدة المتفرقة branched node :**

هي العقدة التي لها تفرع مثل F,D,C,A

**العقدة النهائية (الورقة) Terminal (leaf) node:**

هي العقدة التي ليس لها تفرع مثل I,H,G,E,B

**مستوى العقدة Node level:**

هو عدد المسارات التي تبعد العقدة عن الجذر.

فمستوى عقدة الجذر=صفر ، ومستوى العقد E=2 ، ومستوى العقد H=3

**درجة العقدة Node degree:**

هي عدد المسارات الخارجة منها مباشرا (أو عدد الابناء فيها) No. of children(أو عدد التفرعات المباشرة منها).

فدرجة العقدة A=2 ودرجة العقدة F=1 ودرجة العقدة C=3

**استعراض(مسح)عقد الشجرةTree Traversing :**

عملية المسح تعني المرور(زيارة) كل عقدة في الشجرة مرة واحدة فقط ولا يجوز تكرار الزيارة.

وبالنظر لكون هيكل الشجرة هو هيكل بياني لا خطي (Non-linear data structure) لذا فأن عملية البحث عن عنصر(عقدة) معين في هذا الهيكل او اضافة عنصر اليه او حذف عنصر منه تختلف عن اسلوب التعامل مع الهياكل الاخرى وأن اختيار احدى هذه الطرق يعتمد على كيفية تمثيل الشجرة في الذاكرة. وفيما يأتي اهم الطرق المستخدمة لهذا الغرض:

**اولا- الاستعراض حسب المستويات level by level Traversing:**

1. **الاستعراض من أعلى الى أسفلTop-down Traversing:**

وتتخلص الخوارزمية بالخطوات التالية:

1-البدء بعقدة الجذر..

2-استعرض عقد المستوى التالي ومن اقصى اليسار الى اليمين.

3-الاستمرار بنفس الطريقة في الانتقال الى المستويات الادنى بالتتابع والبدء بالعقدة في اقصى اليسار ثم اليمين.

مثال:- لنأخذ الشجرة الاتية:

A

B

C

D

E

G

F

H

تكون نتيجة استعراض عقدها بطريقة Top-Down:

A B C D E F G H

**ب-الاستعراض من اسفل الى اعلىBottom-Up Traversing:**

وتتلخص خطوات هذه الخوارزمية بالاتي:-

1-البدء بالورقة في اقصى اليسار بأدنى مستوى.

2-التحرك نحو العقدة في اليمين منها وبنفس المستوى لحين الانتهاء من زيارة جميع عقد ذلك المستوى.

3-الانتقال الى المستوى الاعلى وزيارة العقد فيه أيضا من اليسار الى اليمين, وهكذا تستمر العملية لحين الوصول الى جذر الشجرة.

أي أن نتيجة استعراض نفس الشجرة بهذه الطريقة تكون:-

F G H D E B C A

ملاحظة:-نلاحظ أن التعامل مع الشجرة وأجزائها يوضح أن التشكيل الاساسي والمتكرر فيها هو تكونها من عقدة الجذر (N) وقد تحتوي ورقة او اكثر او بدون اوراق لذا فأن التعامل مع الشجرة يمكن أن يبدأ بالجذر ولنفرضه (N) او بالورقة في اقصى اليسار (L) او بالورقة في اقصى اليمين(R).

أي أن الشكل العام للشجرة

N

L

R

ولهذا فأن احتمالات الاستعراض هي ستة:

RLN RNL LRN LNR NRL NLR

وسنأخذ فقط الحالات التي تمثل الاستعراض من اليسار الى اليمين وهي ثلاث:

NLR:- أي البدء بالجذر (N) ثم التحرك نحو اليسار (L) ثم اليمين (R) ولكون الجذر يذكر هنا مسبقا تسمى هذه الطريقة بالترتيب السابق(Preorder).

LRN:- أي البدء باليسار (L) ثم اليمين (R) والانتهاء بالجذر (N) أي أن ذكر الجذر يأتي لاحقا وتسمى هذه الطريقة بالترتيب اللاحق (Postorder) نسبة الى الجذر (N).

LNR:- البدء باليسار (L) ثم الجذر (N) ويأتيه اليمين (R) أي أن الجذر يأتي في الوسط وتسمى هذه الطريقة (Inorder) نسبة الى الجذر (N).

**ثانيا: الاستعراض بالترتيب السابق Preorder Traversing (NLR):**

وتتلخص خطوات هذه الخوارزمية بالاتي:

1-البدء بعقدة الجذر (N).

2-أستعراض الشجرة الفرعية في اقصى اليسار.

3-داخل الشجرة الفرعية يتم الاستعراض من اقصى اليسار(يمثل اكبر الابناء) ثم التحريك لليمين.

4-في حالة لا يوجد فرع في اليمين (لا يوجد أخ Brother) يكون الانتقال الى العم (father's brother). لنأخذ الشجرة التالية:

A

C

B

D

E

F

G

H

I

J

K

وتكون النتيجة الاستعراض كالاتي:-

A B E C F G D H I J K

في هذه الطريقة نلاحظ ما يأتي:

1-جميع الاباء يذكرون قبل الابناء A قبل D,C,B.

C قبل G,F

H قبل K,J,I وهكذا....

2- لو مثلنا هذا الاستعراض بالسير حول الشجرة (الخط المنقط) لوجدنا أن العقدة تذكر عند أول مرور بها بدأ من الجذر.

3-تستخدم هذه الطريقة لتمثيل التعابير الحسابية بصيغةPolish Notation.

**ثالثا:- الاستعراض بالترتيب اللاحقPostorder Traversing(LRN):**

تتلخص خطوات هذه الخوارزمية بالاتي:-

1-البدء بالعقدة الورقة في اقصى يسار الشجرة ثم الاوراق التي على يمينها (أن وجدت).

2-الانتقال الى العقدة الاعلى (father) (أي أب تلك العقدة).

3-مسح الشجرة الفرعية التالية في اليمين بنفس الطريقة لحين الوصول الى الجذر.

A

C

B

G

J

I

F

E

D

H

لنأخذ الشجرة التالية:-

وستكون نتيجة الاستعراض كالاتي:-

D H E F B I J G C A

في هذه نلاحظ ما يأتي:-

1-جميع الاباء يذكرون بعد الابناء فمثلا B بعد F,E,D

E بعد H

G بعد J,I وهكذا......

2-لو مثلنا هذا الاستعراض (المسح) بالسير حول الشجرة (الخط المنقط) لوجدنا أن العقدة تذكر بعد مغادرتها بدء من الورقة في اقصى اليسار وانتهاء بالجذر.

3-تستخدم هذه الطريقة لتمثيل التعابير الحسابية.

**رابعا:- الاستعراض بالترتيب البينيInorder Traversing :**

أن هذه الطريقة تستخدم في مسح الاشجار الثنائية فقط وتتلخص خطوات الخوارزمية فيها بالاتي:

1-البدء بالعقدة الورقة في اقصى يسار الشجرة.

2-الانتقال الى عقدة الجذر (أب تلك العقدة).

3- زيارة العقدة التي في اليمين (أن وجدت) وفي حالة عدم وجودها يكون الانتقال الى الجد(grand father).

لنأخذ الشجرة الثنائية الاتية:-

A

C

B

E

F

I

J

D

H

G

أن نتيجة استعراض (مسح) هذه الشجرة هي:

B G D H A E C I F J

وفي هذه الطريقة تلاحظ ما يأتي:-

1. لو مثلنا هذا الاستعراض بالسير حول الشجرة (الخط المنقط) لوجدنا أن العقدة تذكر عند المرور تحتها.
2. تستخدم هذه الطريقة لتمثيل التعابير الحسابية بصيغةInfix Notation .