

مختبر الميكانيك

Mechanical lab.

قسم علوم الجو  
المرحلة الاولى

إعداد الأستاذ

حسين عبودي نعمة

## كتابة التقرير

### خطوات كتابة التقرير:-

1- المقدمة (الصفحة الاولى) وتكون على الشكل التالي :-

الجامعة المستنصرية كلية العلوم قسم علوم الجو
اسم الطالب اسم الشريك
اسم التجربة
تاريخ اجراء التجربة تاريخ تسليم التجربة

2- الجزء النظري (الصفحة الثانية) ويشمل:-

نظرية التجربة وفكرة القانون الاساسي الشرح الخاص بها وهو موجود ويؤخذ من الشيت الخاص بكل تجربة

3- الجزء العملي (الصفحة الثالثة) ويشمل:-

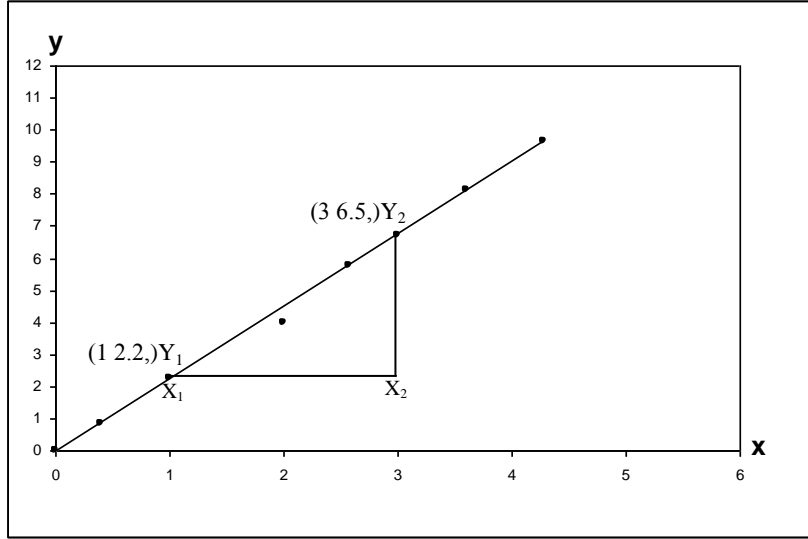
القراءات والحسابات والنتائج الذي تم الحصول عليا في المختبر من خلال العمل اليدوي على التجربة .

4- الرسم البياني (الصفحة الرابعة):-

(هو وضع ورقة بيانيه في التقرير ويتم من خلال الرسم استخراج قيمة الميل او بعض الامور الاخرى)

فالرسم البياني يمثّل وسيلة بصرية لتوضيح وإدراك العلاقة بين متغيّرين واستنباط المعادلة الرياضية التي تربط

بينهما وفي الرسم البياني يجب أن تُحدّد نقطة الأصل الا اذا كانت هنالك حاجة الى غير ذلك .



الشكل

$$\text{Slope} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{6.5 - 2.2}{3 - 1} = \frac{4.3}{2}$$

\* يتم استخدام القانون التالي لإيجاد الميل:

## 5- المناقشة (الصفحة الاخيرة) وتشمل :-

هو مناقشة ماتم التوصل اليه من خلال العمل في المختبر ومدى الفهم للتجربة وتتضمن :-

- 1- مناقشة الفكرة الاساسية للبحث .
- 2- القانون الرئيسي والمتغيرات الداخلة فيه .
- 3- مناقشة الرسم البياني .
- 4- النتائج التي تم التوصل اليها في الجداول.
- 5- الفائده والتطبيق العملي للتجربة .

الوحدات  
الجدول (1)

الوحدات الأساسية		
رمز الوحدة	الوحدة	الكمية الفيزيائية
m	meter	الطول (length)
kg	kilogram	الكتلة (mass)
s	second	الزمن (time)
$m s^{-1}$	meter/ second	السرعة (velocity)
$m s^{-2}$	meter/ second <sup>2</sup>	التعجيل (acceleration)
N	newton	القوة (force)
$kg m^2$	kilogram meter <sup>2</sup>	عزم القصور الذاتي (moment of inertia)

تحويل الوحدات  
الجدول (2)

التحويل	وحداتها في نظام (cgs)		وحداتها في نظام (mks)		الكمية الفيزيائية
	رمزها	الوحدة	رمزها	الوحدة	
$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}$	g	gram	kg	Kilogram	الكتلة (mass)
$1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$	cm	centimeter	m	Meter	الطول (length)
$1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$	cm	centimeter	m	Meter	نصف القطر (Radius)

### الجدول (3) الرموز والقوانين الرئيسية

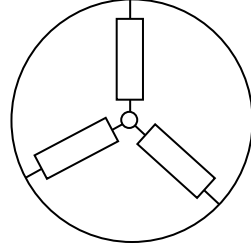
	Linear motion	Rotational motion	
position	$x$	$\theta$	Angular position
velocity	$v$	$\omega$	Angular velocity
acceleration	$a$	$\alpha$	Angular acceleration
Motion equations	$X = vt$ $v = v_0 + at$ $x = v_0t + \frac{1}{2} at^2$ $v^2 = v_0^2 + 2ax$	$\theta = \omega t$ $\omega = \omega_0 + at$ $\theta = \omega_0t + \frac{1}{2} at^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \theta$	Motion equations
Mass (linear inertia)	$m$	$I$	Moment of inertia
Newton s second law	$F = ma$	$T = I \alpha$	Newton s second law
momentum	$P = m v$	$L = I \omega$	Angular momentum
work	$Fd$	$T \theta$	Work
Kinetic energy	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{2} I \omega^2$	Kinetic energy
power	$Fv$	$T \omega$	Power

ان الفيزياء هو علم كمي ونعني بهذا ان الفيزيائي يحاول مقارنة القيم المقاسة مع القيم المتوقعة من النظرية

**تجربة (1)**  
**إيجاد محصلة عدة قوى تلتقي في نقطة واحدة**  
**Determination of the resultant of many forces at one point**

الأجهزة المستخدمة:-

- 1- اوزان. 2- لوحة توازن القوى. 3- ورقة بيضاء. 4- منقلة. 5- مسطرة.



لوحة توازن القوى

نظرية التجربة:-

تصنّف الكميات الفيزيائية إلى صنفين:

- 1- كميات غير اتجاهية scalar وهي الكميات التي تكون لها قيمة عددية فقط كالطاقة والكتلة والزمن وغيرها، وتجمع هذه الكميات جمعاً جبرياً.
  - 2- كميات اتجاهية vector وهي الكميات التي تكون لها قيمة عددية واتجاه كالقوة والسرعة وغيرها، وتجمع هذه الكميات جمعاً اتجاهياً.
- ومن المعلوم أنه إذا أثرت ثلاث كميات اتجاهية على جسم ما (أي تلتقي في نقطة واحدة) وكانت في حالة توازن تكون محصلة إثنين منهما مساوية للمتجه الثالث بالمقدار ومعاكسة له بالاتجاه فإذا رسم مثلث القوى (للقوى الثلاثة) أمكن تحقيق قانون الجيوب وهو:

$$(1) \dots\dots\dots \frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$$

حيث:

- $F_1, F_2, F_3$  وهي القوى الأول والثاني والثالث على التوالي.
- $\alpha$  هي الزاوية المحصورة بين القوة الثانية والقوة الثالثة والمقابلة للقوة الأولى.
- $\beta$  هي الزاوية المحصورة بين القوة الأولى والقوة الثالثة والمقابلة للقوة الثانية.
- $\gamma$  هي الزاوية المحصورة بين القوة الأولى والقوة الثانية والمقابلة للقوة الثالثة.

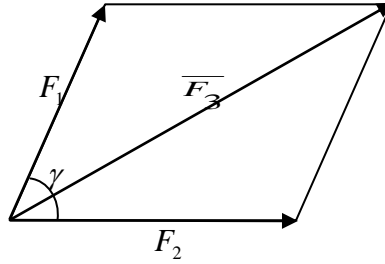
يمكن إيجاد مقدار المحصلة ( $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$ ) لقوتين مختلفتين باحدى الطريقتين:

- 1- باستخدام القانون أدناه الذي يسمى بقانون الجيب تمام:

$$(2) \dots\dots\dots \bar{F}_1 = \sqrt{F_2^2 + F_3^2 + 2F_2F_3 \cos \alpha}$$

$$\bar{F}_3 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \gamma}$$

$$\overline{F_2} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2 + 2F_1F_3 \cos \beta}$$



2- إيجاد المحصلة بطريقة الرسم (فيجب ان نعتبر بان كل 1 nt يساوي 1 cm). فعند تمثيل المتجهين  $\overline{F_1}, \overline{F_2}$  بسهمين يبتدئان من نقطة واحدة طولهما يتوافق ويتناسب مع قيم هذين القوتين وتحديد الزاوية بينهما وإكمال متوازي الأضلاع، فإن القطر يمثل المحصلة ( $\overline{F_3}$ ) كما في الشكل أدناه :-

### طريقة العمل :-

1- ثبّت الورقة البيضاء على لوحة التوازن ومن ثم ثبّت الحلقة والاوزان وغير قيم الاوزان بقوى مختلفة (غير متساوية) أي أن:

$$F_1 \neq F_2 \neq F_3$$

واجعل قيم الزوايا مختلفة أيضاً:

$$\alpha \neq \beta \neq \gamma$$

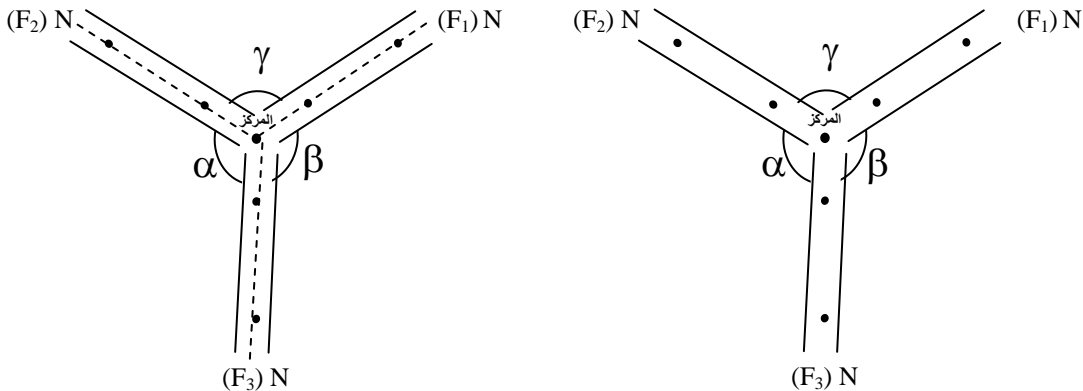
ويجب الإنتباه إلى أن مجموع هذه الزوايا يجب أن يكون  $360^\circ$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$$

2- من مركز الحلقة ارسم نقطة على الورقة المثبتة تحتها ثم حدّد مكان كل وزن من خلال وضع خط مستقيم مع كل خيط واكتب بجواره قيمة القوة التي سجلته.

3- ارفع الورقة ومن ثم صل كل الخطوط مع نقطة المركز .

4- قس بواسطة المنقلة مقدار كل زاوية ودوّن كل منها.



4- سجّل مقادير القوى والزوايا على ورقة الحسابات وجدّ محصلة القوى ( $F_1, F_2, F_3$ ) من خلال :-

أ- استخدام قانون الجيب تمام

ب- استخدام طريقة الرسم التي تمّ ذكرها في نظرية التجربة.

6- تحقّق من صحة النتائج عن طريق استخدام قانون الجيوب :-

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} \approx \frac{F_2}{\sin \beta} \approx \frac{F_3}{\sin \gamma}$$

وقارن بين قيم أطراف هذه المعادلة إذ يجب أن تكون أطراف هذه المعادلة متساوية تقريباً، ويمكن استخدام أي طرفين من هذه المعادلة لإيجاد أي حد مجهول منها عندما تكون بقية الحدود معلومة.



## التجربة (2) السقوط الحر Free fall

### الأدوات المستخدمة :-

- 1- جهاز لضبط الوقت Free Falling timer
- 2 - مغناطيس كهربائي لحمل الكرة .
- 3- مسطرة .
- 4- مشابك متعددة لالتقاط الكرة Multi Clamp

### نظرية التجربة :-

قبل قرنين من الزمن إفترض فيلسوف وعالم يوناني يدعى أرسطوتك Aristotle بأن هناك قوة طبيعية تؤدي بالاجسام الثقيلة الى السقوط نحو مركز الأرض وأطلق عليها أسم جاذبية (gravity). ولكن في القرن السابع عشر جاء العالم الانجليزي اسحق نيوتن وإفترض بأن هناك قوى تربط القمر بالأرض وتجعل القمر يدور حول الارض وكذلك الحال بأن الأرض تدور حول الشمس. وفي حالة سقوط الأجسام بشكل حر فإن القوى الوحيدة التي تؤثر عليها هي قوى الجاذبية، وفي حالة سقوط أي جسم فإنه يتسارع تحت تأثير تلك الفترة وأن معدل التغيير في سرعته يكون ثابت. وهذا التغيير بالنسبة للزمن يعرف بتسارع الجاذبية الأرضية، وعلى سبيل المثال اذا سقطت كرة من إرتفاع معين وأهملنا مقاومة الهواء فإن الكرة سوف تتسارع كما لو أنها ساقطة سقوطا حرا، ويمكنك قياس زمنها والمسافة التي قطعتها وبالتالي إيجاد تسارع الجاذبية الأرضية من خلال المعادلة (  $a = x / t^2$  )

و أن سرعتها البدائية تساوي صفرا، حيث أن X المسافة التي قطعتها الكرة و t هو الزمن اللازم لتلك المسافة. و a هو التسارع.



الشكل (1)

## طريقة العمل:-

- رتب الأجهزة كما هو في الشكل (1) .
  - 1- قم بغلق الدائرة الكهربائية ثم قم بتثبيت الكرة في المكان الممغنط كهربائيا المخصص لها بشكل عمودي وعلى المسافة المعلومة ولتكن (d).
  - 2- ضع ضابط المتحسسات على مسافة متباعدة على طول المحور العمودي للمسطرة ولتكن 20 سنتمتر.
  - 3- افتح الدائرة الكهربائية واترك الكرة لتسقط بشكل حر حيث ستقوم المتحسسات بتسجيل زمن السقوط .
  - 4- كرر الخطوات السابقة ولكن عليك تغيير ومعرفة المسافة كل مرة والزمن أيضا.
  - 5- سجل هذه القراءات على إرتفاعات مختلفة مع الأزمان في جدول.
  - 6- أعد كل خطوة على مسافة 40 و 60 و 80 ..... بين المتحسين .
  - 7- أرسم بشكل بياني المسافة (d) مع مربع الزمن ( $t^2$ ) بحيث تكون ( d ) على محور الصادات، سوف تجد أن لديك خطا مستقيم .
- سوف تلاحظ من خلال الخط المستقيم و بإستخدام المعادلة رقم (1) إنه يمكن إيجاد تسارع الجاذبية الأرضية.

### جدول رقم (1)

D(cm)	D(m)	T(ms)	T(s)	$T^2(s^2)$

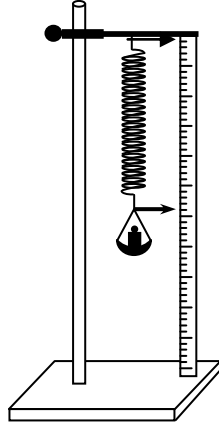
### تجربة (3)

#### تحقيق قانون هوك وإيجاد ثابت القوة ل نابض حلزوني

#### Verify Hookes law and determin the force constant of the spring

#### الادوات المستخدمة:-

- 1- نابض حلزوني في بدايته ونهايته مؤشّر موضوع بشكل أفقي. 2- حامل. 3- ماسك. 4- مسطرة مترية.
- 5- كفة ميزان. 6- أثقال.



الشكل (1)

#### نظرية التجربة:-

ان استطالة التي تحدث في نابض نتيجة للقوة المؤثرة عليه تخضع لقانون هوك لهذا لقد لاحظ العالم روبرت هوك عند تأثير قوة بصورة عمودية على جسم ما انّ هناك علاقة بين الإجهاد (stress) والمطاوعة النسبية (strain) حيث يُعرّف الإجهاد على أنّه النسبة بين القوة العمودية المؤثرة على مساحة المقطع العرضي للجسم، أمّا المطاوعة النسبية فتمثّل النسبة بين التغير الحاصل في طول الجسم إلى الطول الأصلي. وينص قانون هوك على أنّ النسبة بين الإجهاد والمطاوعة النسبية هي كمية ثابتة تدعى معامل المرونة أو معامل يونك (Y) على أنّ يكون الإجهاد ضمن حدود المرونة للنابض الحلزوني أي أنّ:

$$(1) \dots\dots\dots Y = \frac{\text{stress}}{\text{strain}} = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

حيث

F هي القوة العمودية المؤثرة على النابض.

A هي مساحة المقطع العرضي للنابض.

L هي طول النابض.

$\Delta L$  هي الفرق الحاصل في طول النابض.

أمّا ثابت القوة (k) فيُعرّف على أنّه القوة اللازمة لاستطالة النابض أو كبسه ووحداته (N/m) ويُعطى بالمعادلة:

$$(2) \dots\dots\dots k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{mg}{\Delta L}$$

$$(3) \dots\dots\dots \Delta L = \frac{g}{k} m$$

فإذا وُضعت أثقال مختلفة في الكفة وقست استطالة النابض المناظرة لهذه الأثقال ورُسِمت علاقة بيانية بين الأثقال (m) على محور السينات والفرق بالطول ( $\Delta L$ ) على محور الصادات كانت نتيجة الرسم خط مستقيم ميله (Slope) يساوي:

$$(4) \dots\dots\dots \text{Slope} = \frac{g}{k}$$

$$(5) \dots\dots\dots \therefore k = \frac{g}{\text{Slope}}$$

### طريقة العمل:-

- 1- ثَبِّتْ النابض الحلزوني مع كفة الميزان والمسطرة المترية في وضع شاقولي بحيث يتحرك المؤشر المثبت في نهاية النابض على المسطرة المترية ، ثم سجّل طول النابض ( $L_0$ ) بدون ائقال .
- 2- ضع ثقل وزنه (20 g) وسجّل مقابله طول النابض ( $L_1$ ) .
- 3- زد الاثقال بقدر (20 g) في كل قراءه وسجّل ما يقابلها من طول النابض ( $L_2, L_3, L_4, L_5, \dots$ ) (عند الزيادة طول النابض) على أن لا يقل عدد القراءات عن خمسة .
- 4- قم بعكس الخطوة (3) أي قم برفع الأثقال تدريجياً وسجّل ما يقابلها من طول النابض ( $L_1'', L_2'', L_3'', L_4'', L_5''$ ) (عند النقصان طول النابض) .
- 5- جدّ معدل قراءات ( $\bar{L}$ ) عند الزيادة ( $L$ ) و ( $L''$ ) عند النقصان، ثم جدّ الفرق ( $\Delta L$ ) بين معدل ( $\bar{L}$ ) هذه القراءات والقراءة ( $L_0$ ) .
- 6- رتّب القراءات كما في الجدول:

الأثقال (m) kg	طول النابض الحلزوني m		معدل قيم لكل قراءة $(\bar{L}) = \frac{L + L''}{2}$	الفرق في طول النابض الحلزوني ( $\Delta L$ ) m
	عند الزيادة (L)	عند النقصان ( $L''$ )		
				$(\Delta L)_1 = \bar{L}_1 - L_0$
				$(\Delta L)_2 = \bar{L}_2 - L_0$
				$(\Delta L)_3 = \bar{L}_3 - L_0$
				$(\Delta L)_4 = \bar{L}_4 - L_0$
				$(\Delta L)_5 = \bar{L}_5 - L_0$

- 7- ارسّم علاقة بيانية بين الأثقال (m) على محور السينات و ( $\Delta L$ ) على محور الصادات، ستكون نتيجة الرسم خط مستقيم يمر بنقطة الأصل جدّ ميله ومن ثمّ جدّ قيمة (k) من المعادلة  $k = \frac{g}{\text{Slope}}$  .

### ملاحظة:-

إذا كانت القراءات المؤشر المسجلة في حالة الزيادة الاثقال غير مشابه للقراءات المؤشر المسجلة في حالة النقصان فيعني هذا ان النابض قد تجاوز حد المرونة.

## التجربة رقم (4) المسافة والسرعة والزمن Distance velocity and time

### الادوات المستخدمة :-

- 1 - كرة معدنية . 2 - مسار للكرة المعدنية . 3 - مجسات للحركة . 4 - جهاز لحساب الوقت يربط بالمجسات .
- 5 - مغناطيس كهربائي ذو مفتاح .

### نظرية التجربة :-

لوصف حركة اي جسم او عربة متحركة لا بد من اختيار نقطة اسناد لنتمكن من قياس المسافة التي يقطعها ذلك الجسم . وهذه المسافة عادة يرمز لها بالرمز (r) حيث ان (r) متجه . والتي تحتاج لفترة زمنية مقدارها  $\Delta t$  وخلال هذه الفترة فان المتجه سوف يتغير بمقدار  $\Delta r$  ومن خلال  $(\Delta t)$  و  $(\Delta r)$  يمكن ايجاد متوسط السرعة لذلك الجسم من خلال المعادلة :

$$V = \Delta r / \Delta t$$

وعندما تكون صغيرة جدا تقترب من الصفر فان ايضا تكون صغيرة جدا وهذا يعني ان متوسط السرعة والسرعة اللحظية تقريبا متساويان

$$V_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta r / \Delta t = dr/dt$$

وكذلك يمكن تعريف التسارع اللحظي بانه التغير في السرعة على التغير في الزمن حيث تكون التغير في الزمن صغير جدا مقتربا من الصفر .

$$a_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta v / \Delta t = dv/dr = d^2r/dt^2$$

اما بالنسبة للحركة ذات الاتجاه الواحد وعلى سبيل المثال باتجاه محور السينات فان السرعة والتسارع يمكن ان تعطى بالمعادلات التالية حيث اتجاه الحركة باتجاه محور .

$$VX = dXx/dt$$
$$ax = dvx/dt$$

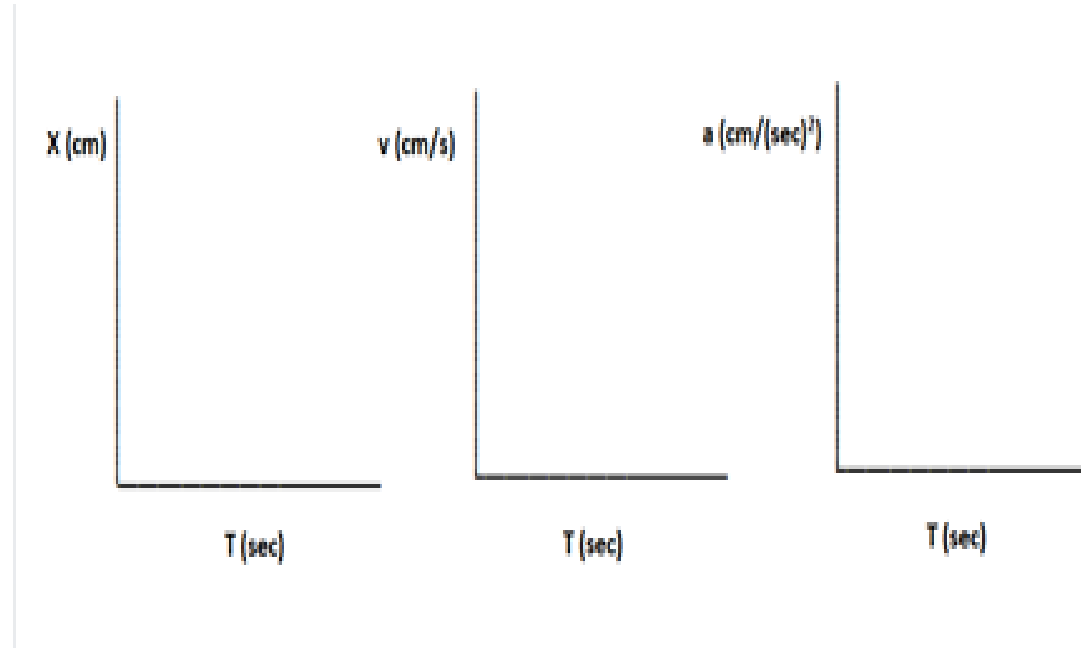
ولكن في هذه التجربة سوف نحاول دراسة حالة خاصة وهي عندما يكون التسارع لجسم ثابت وفي اتجاه واحد واما المعادلات التي تصف هذه الحالة والتي تربط المسافة والسرعة والتسارع والزمن .

$$X = x_0 + v_0t + \frac{1}{2} at^2$$
$$V = V_0 + at$$
$$VX_2 = V_0^2 + 2aX$$

## طريقة العمل :-

- 1- تاكد من ان جهاز العداد الزمني موصل بالمجسات الحركية .
- 2- ضع الكرة المعدنية عند حافة المغناطيس الكهربائي واغلق المفتاح لتثبيت الكرة .
- 3- حدد المسافة (x) بين المجسات الضوئية (c1) و (c2) ب 10 سم .
- 5- افتح مفتاح المغناطيس الكهربائي لتتدحرج الكرة على المسار وسجل قراءة العداد الزمني .
- 5- غير المسافة بين البوابتين الضوئيتين (c1) و (c2) وسجل قراءة العداد الزمني مرة اخرى .
- 6- كرر الخطوة 4 و 5 لمسافات مختلفة (x) ( 20 , 30 , ..... ) سم وهكذا .
- 6- ارسم ثلاث رسوم للعلاقات ( المسافة والسرعة والتسارع ) مع الزمن .

$x$	$T$	$T^2$	$v$	$a$



## تجربة (5) إيجاد عزم القصور الذاتي لقرص معدني Determination of the moment of inertia for a material disk

### الأجهزة المستخدمة:-

1- قرص معدني سميك منتظم 2- مسطرة مترية. 3- خيط. 4- مسندين وماسكين. 5- ساعة توقيت.

### نظرية التجربة:-

يُنص قانون نيوتن الأول: كل جسم يبقى على حالته الحركية من حيث السكون أو الحركة بسرعة منتظمة في خط مستقيم، ما لم تؤثر عليه قوة تُغيّر من حالته أي أنه يمثل مقاومة الجسم للتغير الطارئ على حالته الحركية، والقوى التي تُغيّر حركة الجسم يجب عليها أن تتغلب أولاً على القصور الذاتي له وكلما كانت كتلة الجسم كبيرة كان من الصعب تحريكه أو تغيير سرعته ويُطلق على قانون نيوتن الأول مبدأ القصور الذاتي، ونجد ما يماثل هذا المبدأ في الحركة الدورانية فالجسم قاصر عن تغيير حالته الحركية الدورانية ساكناً كان أم متحركاً ما لم يؤثر عليه عزم خارجي، حيث يُعرّف العزم على أنه مقدرة الجسم على إحداث حركة دورانية حول محور ثابت.

عجلة ماكسويل هي جهاز معدني كبير مكون من عجلة معلقة في حبلين قويين مثبتين في إطار معدني. وقد أُطلق عليها هذا الاسم نسبة إلى جيمس كليرك ماكسويل (James Clerk Maxwell)، تكون الحبال ملفوفة حول عمود العجلة الذي يتم تحريره بعد ذلك. حيث تتحل العجلة مع سقوطها لأسفل ولكنها ستلف نفسها مرة أخرى عندما تحملها القوة الدافعة إلى أعلى في الاتجاه المعاكس. وتستمر عملية التذبذب هذه لبعض الوقت قبل التوقف تدريجياً مع فقدان العجلة للقوة الدافعة ببطء ومن ثم تتحرك بسرعة أقل في كل مرة و تثبت عجلة ماكسويل مسألة الحفاظ على الطاقة. إذ أن حركاتها تعكس التحويل الخلفي والأمامي بين الطاقة الكامنة للجاذبية والطاقة الحركية.

### طريقة العمل:-

- 1- علق القرص بالخيطين من كل طرف بالمسند وبشكل أفقي و يُربط الخيطان على بعد متساوي من طرفي القرص.
- 2- دور القرص الى ان يصل الى العمود الافقي الاعلى بمسافه (10) سنتمتر ولتكن (d).
- 3- اترك القرص ليتدحرج نحو الاسفل واحسب زمن 10 ذبذبات (اي الذهاب والعودة الى نفس النقطه)
- 4- كرر الفقرة (4) لمسافات مختلفة (20 – 30 ..... ) ثم دوّن النتائج كما في الجدول أدناه :-

المسافة بين القرص والمسند (d) m	$(T_1)_{10}^s$	$(T_2)_{10}^s$	$(\bar{T}_{10}) = \frac{T_1 + T_2}{2}$	زمن الذبذبة الواحدة (T) $s \left( T = \frac{\bar{T}_{10}}{10} \right)$	قيمة $\left( \frac{1}{d} \right) m^{-1}$

5- قس المسافة بين الخيطين (L) وجد كتلة القرص (m).

6- ارسم علاقة بيانية بين قيمة  $\left( \frac{1}{d} \right)$  على محور السينات وما يقابلها من قيم (T) على محور الصادات ستكون نتيجة الرسم خط مسقيم ومن ثم جد ميله و جد قيمة عزم القصور الذاتي العملية (I) من المعادلة :-

$$I = \frac{mg}{16\pi^2 L} (\text{Slope})^2$$

9- قس قطر القرص ( $\ell$ ) واحسب القيمة النظرية لعزم القصور الذاتي للقرص المعدني من العلاقة ادناه وقم بمقارنة النتائج.

$$I = \frac{1}{12} m\ell^2$$