product

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Lagrange's Interpolation Formula :-

polynomial

$$F(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\cdots(x_0-x_n)} f(x_0)$$

$$+ \frac{(x-x_0)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\cdots(x_1-x_n)} f(x_1)$$

$$+ \cdots\cdots\cdots$$

$$+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\cdots(x_n-x_{n-1})} f(x_n)$$

$$F(x) = \sum_{i=0}^{n} \left\{ \prod_{j=0}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right\} F(x_i) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_i(x)$$

Example: Find Lagrange Interpolation Formula for the coordinat.

x	0	1	2
y	0	1	0

$$F(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} y_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} y_1$$

$$+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} y_2 +$$

$$F(x) = y = \frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)} * 0 + \frac{(x-0)(x-2)}{(1-0)(1-2)} * 1$$

$$+ \frac{(x-0)(x-1)}{(2-0)(2-1)} * 0 \quad = F(x) = -1(x(x-2))$$

Example: by Lagrange's Interpolation Find the $F(x)$ for the points and Find the value of $F(4)$

X	1	3	7	13
y	2	5	12	20

$$F(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)} y_0 +$$

$$\frac{(X_1 - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} y_1 +$$

$$\frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} y_2 +$$

$$\frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} y_3$$

$$F(x) = \frac{(x-3)(x-7)(x-13)}{(1-3)(1-7)(1-13)} * 2 + \frac{(x-1)(x-7)(x-13)}{(3-1)(3-7)(3-13)} * 5$$

$$+ \frac{(x-1)(x-3)(x-13)}{(7-1)(7-3)(7-13)} * 12 + \frac{(x-1)(x-3)(x-7)}{(13-1)(13-3)(13-7)} * 20$$

$$F(4) = \frac{(4-3)(4-7)(4-13)}{(1-3)(1-7)(1-13)} 2 + \frac{(4-1)(4-7)(4-13)}{(3-1)(3-7)(3-13)} 5$$

$$+ \frac{(4-1)(4-3)(4-13)}{(7-1)(7-3)(7-13)} 12 + \frac{(4-1)(4-3)(4-7)}{(13-1)(13-3)(13-7)} 20$$

$$F(4) = -\frac{27}{144}(2) + \frac{81}{80}(5) + \frac{27}{144}(12) - \frac{9}{720}(20) = 6.6875$$

Polynomial Interpolation Formula:-

$F(x) = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots$

$a_0, a_1, a_2, \dots$ are constant.

We assume that we have a function of degree $n-1$ where n is the number of data or coordinate.

Example:- Find the polynomial of min. degree which fixe the given data.

X	0	3
$F(x)$	1	4
$F'(x)$	2	

$\therefore n = 3 \Rightarrow n-1 = 3-1 = 2 \Rightarrow 2^{nd}$ degree

$F(x) = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 \Rightarrow F'(x) = a_1 + 2a_2 X$

$F(0) = 1 \Rightarrow 1 = a_0 + a_1 * 0 + a_2 * 0$

$\Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$

$F'(0) = 2 \Rightarrow 2 = a_1 + 2a_2 * 0$

$\Rightarrow \boxed{a_1 = 2}$

$F(3) = 4 \Rightarrow 4 = a_0 + a_1 * 3 + a_2 * (3)^2$

$4 = 1 + 2*3 + 9a_2 \Rightarrow -3 = 9a_2$

$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{-1}{3}}$

Finite Difference

ثالث طرق اضافة/تحليل
أ- احراء

في التحليلات الهندسية تم التطرق الى كيفية حساب قيمة المعادلات التفاضلية عن طريق الحل التام واستخراج نهائية (Formula) في هذا الموضوع تكون من عدة جوانب ، الجانب الاول وجود قيم محددة لـ X وما يقابلها من $f(x)=y$ والمطلوب هو كيفية أنشاء جدول فروقات الذي يمثل القيم في خطوات متلاحقة .

الجانب الثاني هو استخدام صيغ قياسية للأنشاء معادلة تمثل القيم الموجودة في الجدول ، التي تكون فيها قيم X محصورة بالجدول وهذا ما يسمى (Interpolation) (القيم التقريبية لـ مجموعة بيانات تكون محصورة بين نقطتين)

الصيغة العامة للجدول هي كالتالي

X	f(x)
X_0	$f(x_0)$
X_1	$f(x_1)$
X_2	$f(X_2)$

٦/٢/٢٠١٤

① equal space

$X_1 - X_0 = h$

$X_2 - X_1 = h$

$X_3 - X_2 = h$

② an equal space

$X_1 - X_0 \neq X_2 - X_1$

D.S