

Engineering Analysis & Numerical Methods

3] Gaussian Elimination Method

تستخدم طريقة الحذف الغاوسي لتحويل المصفوفة المتساوية إلى مصفوفة
 مثلثة علوية (Upper Triangular) وذلك بالتحقق من العناصر الحدية
 الموجودة في المصفوفة. يتم ذلك عن طريق إجراء العمليات الحسابية
 المناسبة على الصفوف (مجموع أو طرح) لإزالة العناصر الموجودة
 أسفل القطر الرئيسي.

Example: Solve by Gaussian Elimination method

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$5x_1 + 2x_3 = 17$$

$$-x_2 + 3x_3 = 5$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 17 \\ 5 \end{Bmatrix} \rightarrow (-) \frac{5}{3} R_1 + R_2$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -10/3 & 11/3 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 31/3 \\ 5 \end{Bmatrix} \rightarrow (-) \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix} * R_2 + R_3$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -10/3 & 11/3 \\ 0 & 0 & 19/10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 31/3 \\ 19/10 \end{Bmatrix}$$

$$0 * x_1 + 0 * x_2 + \frac{19}{10} * x_3 = \frac{19}{10}$$

$$\frac{19}{10} x_3 = \frac{19}{10} \Rightarrow x_3 = 1$$

$$0 * x_1 - \frac{10}{3} * x_2 + \frac{11}{3} * x_3 = \frac{31}{3}$$

Engineering Analysis & Numerical Methods

$$x_2 = \left(\frac{31}{3} - \frac{11}{3} \right) \times \frac{-3}{1.2} = \frac{20}{3} \times \frac{-3}{1.2} = -2$$

$$3x_1 + 2(-2) - 1(1) = -4$$

$$x_1 = 3$$

$$\begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{cases} = \begin{cases} 3 \\ -2 \\ 1 \end{cases}$$

[4] Iteration Method:

1- نقوم بتسبب المعادلات الدنيا بحيث تصبح معادلات العناصر في الشكل الرئيسي... أكبر القيم بدون استثناء
 2- إيجاد التعريفات من المعادلات مثل

$$x_1 = \dots$$

$$x_2 = \dots$$

$$x_3 = \dots$$

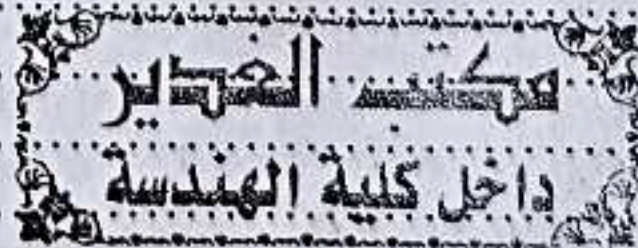
3- نعطي قيمة ابتدائية للجداول...
 على شكل القيم في المعادلات وبعد التأكد من صحة الحل
 نكتب

Example: Solve by Iteration method.

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

$$5x_1 + x_2 + 2x_3 = 9$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$



$$5x_1 + x_2 + 2x_3 = 9$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$

Engineering Analysis & Numerical Methods

$$x_1 = \frac{8 - (x_2 + 2x_3)}{5}$$

$$x_2 = \frac{5 - (x_1 + x_3)}{3}$$

$$x_3 = \frac{4 - (x_1 + x_2)}{2}$$

$$x_2 = x_3 = 0$$

No. of Iteration	x_1	x_2	x_3
1	1.6		
2	1.1214	1.1333	0.63
3	1.24	1.082	0.899
4	1.005	1.028	0.975
		1.007	0.994

Parseval's matrix
جزء من

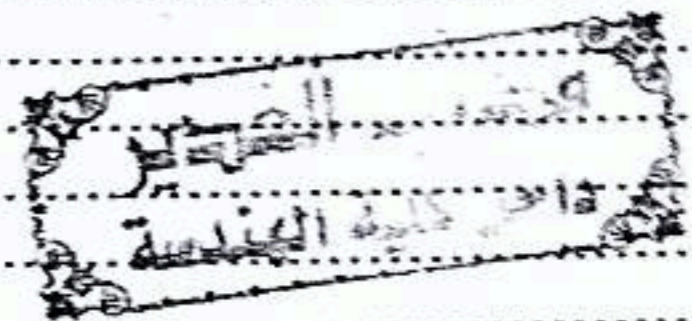
Engineering Analysis & Numerical Methods

Example :- Solve by Cramer's rule the following set.

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$$

$$x_1 + 10x_2 - 3x_3 = 5$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -3$$



Solution :-

$$D = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 10 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 46$$

we have three unknowns x_1, x_2, x_3

\Rightarrow so we need D_1, D_2, D_3

$$D_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & 10 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 92 \Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{92}{46} = 2$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & -3 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{0}{46} = 0$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 10 & 5 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix} = -46 \Rightarrow x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-46}{46} = -1$$

Engineering Analysis & Numerical Methods

Example: Solve the linear equation by using Gaussian elimination.

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0$$

$$3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \rightarrow -2r_1 + r_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{Bmatrix} \rightarrow -3r_1 + r_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{Bmatrix} \rightarrow -3r_2 + r_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ -7 \end{Bmatrix}$$

$$0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 = -7 \Rightarrow x_3 = -1$$

$$0 \cdot x_1 - x_2 - 4(-1) = 4 \Rightarrow x_2 = 0$$

$$x_1 + 2(0) + 3(-1) = -2 \Rightarrow x_1 = 1$$