3 Gaussion Eilimination Method:

تتلخص طريقة الحذف بتحويل المصفوفة الاعتيادية الى مصفوفة مثلثية عليا (Upper Triangular) وذلك بالحذف الامامي لمعاملات المجاهيل التي تقع تحت عناصر القطر الرئيسي بشكل متتالي بعدها نبدأ عملية عكسية (تعويض تراجعي) لايجاد المجاهيل وكما موضح.

Example: Solve by Gaussion Eilimination method

$$3X_1 + 2X_2 - X_3 = 4$$

$$5X_1 + 2X_3 = 17$$

$$-X_2 + 3X_3 = 5$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 17 \\ 5 \end{Bmatrix} \longrightarrow (-)\frac{5}{3} r_1 + r_2$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -10/3 & 11/3 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 31/3 \\ 5 \end{Bmatrix} \longrightarrow (-)\frac{-1}{\frac{-10}{3}} * r_2 + r_3$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & \frac{-10}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & \frac{19}{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ \frac{31}{3} \\ \frac{19}{10} \end{Bmatrix}$$

$$0 * X_1 + 0 * X_2 + \frac{19}{10} * 3 = \frac{19}{10}$$

$$\frac{19}{10} X_3 = \frac{19}{10} \Rightarrow X_3 = 1$$

$$0 * X_1 - \frac{10}{3} * X_2 + \frac{11}{3} * X_3 = \frac{31}{3}$$

$$X_2 = \left(\frac{31}{3} - \frac{11}{3}\right) * \frac{-3}{10} = \frac{20}{3} * \frac{-3}{10} = -2$$

$$3X_1 + 2(-2) - 1(1) = 4$$

$$X_1 = 3$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$\boxed{4}$ Iteration Method :-

١- نقوم بترتيب المعادلات الرئيسة بحيث تصبح معاملات العناصر في القطر الرئيسي اكبر القيم بدون اشارة

٢- إيجاد المتغيرات من المعادلات مثل

$X_1 = $ ——

$X_2 = $ ——

$X_3 = $ ——

٣- نفرض قيمة ابتدائية للمجاهيل تساوي صفر

٤- إيجاد القيم لها من المعادلات وبعد التأكد من صحة الحل تكرر

Example :- Solve by Iteration method .

$$X_1 + 3X_2 + X_3 = 5$$

$$5X_1 + X_2 + 2X_3 = 8$$

$$X_1 + X_2 + 2X_3 = 4$$

$$5X_1 + X_2 + 2X_3 = 8$$

$$X_1 + 3X_2 + X_3 = 5$$

$$X_1 + X_2 + 2X_3 = 4$$

$$X_1 = \frac{8 - (X_2 + 2X_3)}{5}$$

$$X_2 = \frac{5 - (X_1 + X_3)}{3}$$

$$X_3 = \frac{4 - (X_1 + X_2)}{2}$$

$$X_2 = X_3 = 0$$

No. of Iteration	X_1	X_2	X_3
1	1.6	1.1333	0.63
2	1.1214	1.082	0.899
3	1.024	1.028	0.975
4	1.005	1.007	0.994

Sparse matrix

Example :- Solve by Cramer's rule the following set.

$2X_1 - X_2 + 2X_3 = 2$

$X_1 + 10X_2 - 3X_3 = 5$

$-X_1 + X_2 + X_3 = -3$

Solution:-

$$D = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 10 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 46$$

we have three unknowns X_1, X_2, X_3

$\Rightarrow$ So we need D_1, D_2, D_3

$$D1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & 10 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 92 \quad \Rightarrow X_1 = \frac{D1}{D} = \frac{92}{46} = 2$$

$$D2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & -3 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow X_2 = \frac{D2}{D} = \frac{0}{46} = 0$$

$$D3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 10 & 5 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix} = -46 \quad \Rightarrow X_3 = \frac{D3}{D} = \frac{-46}{46} = -1$$

Example: Solve the linear equation by using Gaussian Elimination.

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2$$
$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0$$
$$3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \longrightarrow -2r_1 + r_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{Bmatrix} \longrightarrow -3r_1 + r_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ +5 \end{Bmatrix} \longrightarrow -3r_2 + r_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ -7 \end{Bmatrix}$$

$$0 * x_1 + 0 * x_2 + 7 * x_3 = -7 \Rightarrow x_3 = -1$$
$$0 * x_1 - x_2 - 4(-1) = 4 \Rightarrow x_2 = 0$$
$$x_1 + 2(0) + 3(-1) = -2 \Rightarrow x_1 = 1$$