S-curve method — طريقة المنحنى S

If it is desired to develop a unit hydrograph of duration nD where n is a fraction, the method of superposition can not be used. A technique known as S-curve is adopted.

The S-curve (some time called S-hydrograph) is produced by continous effective rainfall (ER) at constant rate for infinite period, and obtained by summation of infinite series of D-h unit hydrograph arranged with their starting point D-h apart as shown in Fig (19).

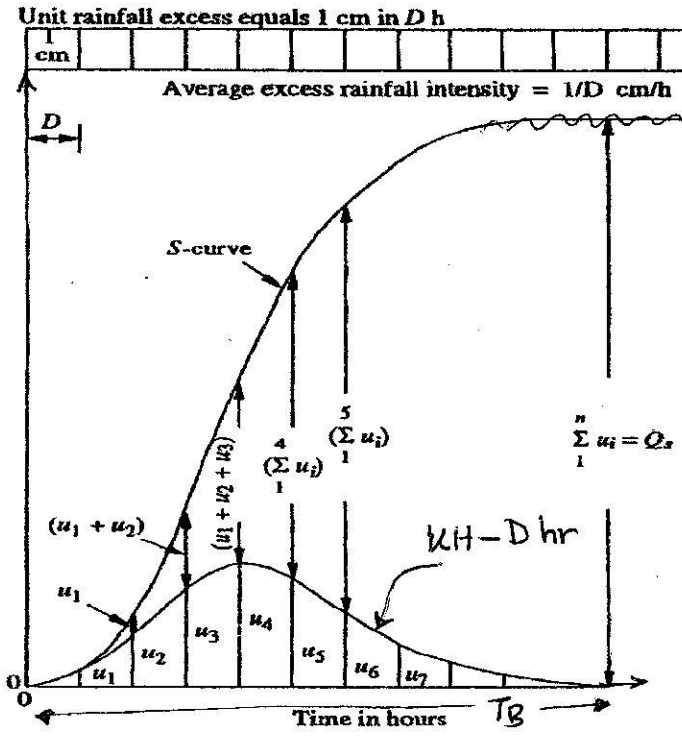

Fig. 19 S-curve

$$Q_{max} = Q_{equilibrium} = \left(\frac{A}{D} \times 10^4\right) \ m^3/hr$$

$$\Rightarrow \frac{1/100}{D\,hr} * \frac{A\ km^2 * 10^6}{3600} = 2.778\ \frac{A\ km^2}{D\,hr} = Q_{equil.}\ m^3/sec$$

Application the method to find T-hr UH

Consider D-h S-curves A & B displaced by T-h as shown in Fig (20), If the ordinates of B are subtracted from that of A. the resulting curve is DRH produced by rainfall excess of duration T and depth = $I * T = \frac{1}{D} * T = T/D$ cm. Hence the ordinates of $(S_A - S_B)$ are divided by (T/D) to get UH of T-hr. وإذا أردنا أن نحسب S لكل A, B ثم نطرح S والناتج سيكون DRH لاستدامة طول T وعمق = شدة × الزمن = $T * \frac{1}{D} = T/D$ cm لذا فإن ordinates $(S_A - S_B)$ كل T/D وهي قيمة العناصر UH-T hr

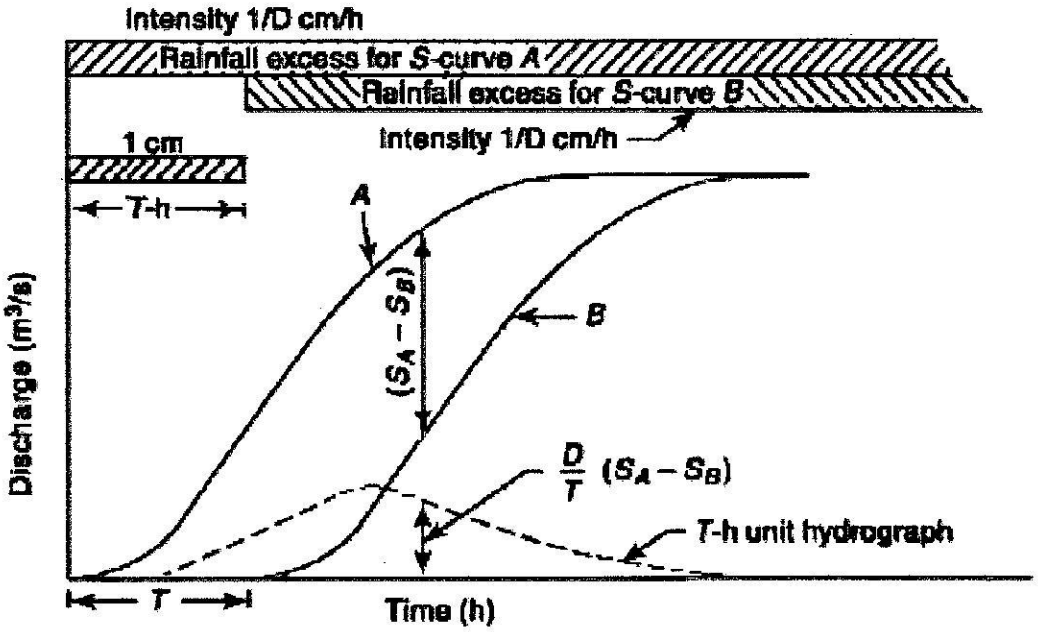

Fig. 20 Derivation of a T-h Unit Hydrograph by S-curve Lagging Method

Example 9: solve example 8 by using S-curve

Col.2 → ordinates of 4h-UH
Col.3 → S-curve addition
Col.4 → S_A ordinates
Col.5 → S_B (S_A displaced by T)
Col.6 → $S_A - S_B$
Col.7 → UH = $\frac{S_A - S_B}{T/D}$

ملاحظة: الترقيم عدد أعمدة
الأول: ترقيم عمود/سنة كما D
الثاني: ترقيم S_B كما (T/D)
وبدون رقم ١.

Time (h)	Ordinate of 4-h UH (m^3/s)	S-curve addition (m^3/s)	S-curve ordinate (m^3/s) (Col. 2 + Col. 3)	S-curve lagged by 12 h (m^3/s)	(Col. 4 − Col. 5)	Col. 6 / (12/4) = 12-h UH ordinates (m^3/s)
1	2	3	4	5	6	7
0	0	—	0	—	0	0
4	20	0	20	—	20	6.7
8	80	20	100	—	100	33.3
12	130	100	230	0	230	76.7
16	150	230	380	20	360	120.0
20	130	380	510	100	410	136.7
24	90	510	600	230	370	123.3
28	52	600	652	380	272	90.7
32	27	652	679	510	169	56.3
36	15	679	694	600	94	31.3
40	5	694	699	652	47	15.7
44	0	699	699	679	20	6.7
48	—	699	699	694	5	1.7
52	—	699	699	699	0	0
	$\Sigma = 1460$		699	699	0	0

$\frac{1}{56} = 44 + 3(4)$ $\Sigma = 699$

Example 10:

Ordinates of a 4-h unit hydrograph are given. Using this derive the ordinates of a 2-h unit hydrograph for the same catchment.

Time (h)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
4-h UH Ordinate (m^3/s)	0	20	80	130	150	130	90	52	27	15	5	0

Solution: In this problem ,the time interval of a given unit hydrograph should be at least of **T** ,i.e.,2hrs . Some interpolated values of 4hr-UH are required ,thus a plot or linear interpolation are accepted.

Time (h)	Ordinate of 4-h UH (m^3/s)	S-curve addition (m^3/s)	S-curve ordinate (Col. (2) + (3)) (m^3/s)	S-curve lagged by 2 h	(Col. (4) – Col. (5)) DRH of $\left(\frac{2}{4}\right)$ = 0.5 cm	2-h UH ordinates Col. (6) (2/4) (m^3/s)
1	2	3	4	5	6	7
0	0	—	0	—	0	0
2	8	—	8	0	8	16
4	20	0	20	8	12	24
6	43	8	51	20	31	62
8	80	20	100	51	49	98
10	110	51	161	100	61	122
12	130	100	230	161	69	138
14	146	161	307	230	77	154
16	150	230	380	307	73	146
18	142	307	449	380	69	138
20	130	380	510	449	61	122
22	112	449	561	510	51	102
24	90	510	600	561	39	78
26	70	561	631	600	31	62
28	52	600	652	631	21	42
30	38	631	669	652	17	34
32	27	652	679	669	10	20
34	20	669	689	679	10	(20)15 → 16
36	15	679	694	689	5	(10)10 → 12
38	10	689	699	694	5	(10)6 → 8
40	5	694	699	699	(0)	(0)3 → 4
42	2	699	701	699	(2)	(4)0 → 0
44	0	699	699	701	(–2)	(–4)0 → 0
	∑=1400					∑= (1398) 1392 → 1400

– Final adjusted values are given in col. 7.
– Unadjusted values are given in parentheses.

١١ تحويل UH من فترة كبيرة الى صغيرة باستخدام طريقة S-curve

22 - ملحق (٢)

Example: Derive UH-2hrs. from UH-4hrs. as given below, Using S-curve method (mandatory).

time (hr):	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Q (m^3/s)	0	20	80	130	150	130	90	52	27	15	5	0

ملاحظات مهمة:

١. طريقة الانطباق (S.P.) لا تصلح لهذا المثال لأن التحويل من D=4hr إلى T=2hr والسبب أن (T/D=1/2) أي(المطلوب /الموجود) سيصبح كسرا ، والطريقة هذه تعتمد فقط الأرقام الصحيحة (Integer) ، لذا ستعتمد الطريقة العامة وهي الـ (S-curve).

٢. نحتاج إلى قيم وسطية عند كل ساعتين (المطلوب T=2hr) لذا سيتم استكمال القيم تقريبيا لتأسيس العمود الأول والثاني لجدول الحل في أدناه.

٣. العمود الثالث (عمود الإضافة) مهم جدا وهو مفتاح الحل ، نبدأ بتزحيف العمود بمقدار D بحيث يكون صفرهُ عند بداية الفترة الثانية ولا يُلتفت إلى فترة الأرقام الوسطية حيث لا تعتبر فترتها أصلية بل أن فترتها(T=2hr) تعد مستحدثة.

٤. ضع شارحة(-) في مربع التزحيف لتمييزها عن البداية الصفرية للهيدروغراف بالرغم من أنها تحسب صفرا عند الجمع .

٥. بعده يتم تاسيس عمود الإضافة بالجمع المتراكم للأرقام الأصلية وإكمالها إلى آخر الجدول ، ثم الشروع بجمع الأرقام التي تم استكمالها جمعا تراكميا بصورة منفصلة ولكل القيم ، كل ذلك لتجنب الالتباس أو الخطأ.

٦. أجمع العمود الثاني مع عمود الإضافة للحصول على العمود الرابع (S-curve ordinates: SA)، ثم زحف هذا العمود الجديد بمقدار T=2hr للحصول على(S-curve ordinates: SB).

٧. أطرح SB من SA للحصول على العمود السادس، ثم أضرب قيم هذا العمود× (D/T) للحصول على قيم العمود السابع الذي يمثل (UH -2 hr) ولاحظ أن T=2hr. ويمكن التحقق من القيم بإيجاد مجموع قيم العمود السابع ومقارنته بمجموع قيم العمود الثاني، ويجب أن يكونا متساويين.

٨. تعدل القيم الأخيرة للعمود السابع ، إذا تطلب الأمر و حسب السياق الطبيعي لمنحنى الهيدروغراف القياسي الذي يجب أن ينتهي عند الصفر . تصحح هذه القيم حال ملاحظة زيادة في القيم أو تذبذبا فيها، في حين يجب أن تأخذ مسار تنازلي،ويحدث ذلك جرّاء عدم دقة القيم التي تم استكمالها لإنتاج الهيدروغراف المطلوب.

← مرحلة أولى

- - - - مرحلة لاحقة

Time	UH-4hr	S-curve addition	S-curve ordinates (SA)	S-curve ordinates (SB)	SA-SB	UH-2hr
0	**0**	(-)	0	(-)	(-)	0
2	8	(-)	8	0	8	16
4	**20**	**0**	20	8	12	24
6	43	8	51	20	31	62
8	**80**	**20**	100	51	49	98
10	110	51	161	100	61	122
12	**130**	**100**	230	161	69	138
14	146	161	307	230	77	154
16	**150**	**230**	380	307	73	146
18	142	307	449	380	69	138
20	**130**	**380**	510	449	61	122
22	112	449	561	510	51	102
24	**90**	**510**	600	561	39	78
26	70	561	631	600	31	62
28	**52**	**600**	652	631	21	42
30	38	631	669	652	17	34
32	**27**	**652**	679	669	10	20
34	20	669	689	679	10 ?	20 → ~~16~~ 17
36	**15**	**679**	694	689	5 ?	10 → 12
38	10	689	699	694	5 ?	10 → ~~8~~ 9
40	**5**	**694**	699	699	0 ?	0 → ~~4~~ 3
42	2	699	**701** ?	699	2 ?	4 → ~~2~~ 0
44	**0**	**699**	699	**701** ?	-2 ?	-4 → 0
Σ=	1400					Σ= 1400

Solving of Example-10 by shortened method.

DR. Rasul M. Khalil

Time	4h-UH	S-hydrograph S_A	S_B	DRH=(S_A-S_B)	2h-UH
0	0	0	--	0	0
2	8	8	0	8	16
4	20	20	8	12	24
6	43	51	20	31	62
8	80	100	51	49	98
10	110	161	100	61	122
12	130	230	161	69	138
14	146	307	230	77	154
16	150	380	307	73	146
18	142	449	380	69	138
20	130	510	449	61	122
22	112	561	510	51	102
24	90	600	561	39	78
26	70	631	600	31	62
28	52	652	631	21	42
30	38	669	652	17	34
32	27	679	669	10	20
34	20	689	679	10	20 → 16/17
36	15	694	689	5	10 → 12/13
38	10	699	694	5	10 → 8/9
40	5	699	699	0	0 → 4/3
42	2	701	699	2	4 → 0
44	0	699	701	-2	-4 → 0
	1400				1398 / 1400

Additional Example (shortened method)

Ordinates of a 4-h unit hydrograph are given. Using this derive the ordinates of a **3***-h unit hydrograph for the same catchment.*

Time	4h-UH	S-hydrograph SA	SB	DRH=(SA-SB)	3h-UH = DRH × 4/3	
0	0	0	--	0	0	
1	6	6	--	6	8.0	
2	36	36	--	36	48.0	
3	66	66	0	66	88.0	
4	91	91	6	85	113.3	
5	106	112	36	76	101.3	
6	93	129	66	63	84.0	
7	79	145	91	54	72.0	
8	68	159	112	47	62.7	
9	58	170	129	41	54.7	
10	49	178	145	33	44.0	
11	41	186	159	27	36.0	
12	34	193	170	23	30.7	
13	27	197	178	19	25.3	
14	23	201	186	15	20.0	
15	17	203	193	10	13.3	
16	13	206	197	9	12.0	
17	9	206	201	5	6.7	
18	6	207	203	4	5.3	
19	3	206	206	0	0.0 →	1.2
20	1.5	207.5	206	1.5	2.0 →	0
21	0	206	207	-1	-1.3 →	0
	826.5				826	826.5