مبادئ الاحتمالات – الجزء الأول

مبادئ الاحتمالات

Principles of Probability

الاحتمال: هو علم يدرس كيفية توقع الاحداث التي بيها نوع من عدم اليقين وهو مقياس عددي يُستخدم للتعبير عن فرصة حدوث حادثة معينة غير مؤكدة الحدوث.

ويُعرَّف مقياس الاحتمال بأنه المقياس الكمي الذي يقيس فرصة وقوع حادثة معينة، وتتراوح قيمته بين الصفر والواحد الصحيح. فكلما اقتربت قيمة الاحتمال من الواحد زادت فرصة وقوع الحادثة، وكلما اقتربت من الصفر قلت فرصة وقوعها.

التجربة العشوائية:هي تجربة لا يمكن معرفة نتائجها مسبقاً

فضاء العينة: هو مجموعة جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية. يرمز لفضاء العينة بالرمز S .

أمثلة على فضاء العينة :

- عند رمي قطعة نقود مرة واحدة:

$S = \{H, T\}$، وعدد عناصره $n(S) = 2$

$2^1=2$

- عند رمي قطعة نقود مرتين متتاليتين:

$S = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$، وعدد عناصره $n(S) = 4$

$2^2 = 4$

$6^1 = 1$

-عند رمي حجر النرد مرة واحدة:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}، وعدد عناصره n(S) = 6

- عند رمي حجر النرد مرتين

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}.

$6^2 = 36$

الحدث : هي مجموعة جزئية من فضاء العينة S. ويرمز لها بالرمز (E) والتي تمثل مجموعة من النتائج داخل الفضاء

أنواع الحوادث:

1) الحادثة المستحيلة (Impossible Event)

هي الحادثة التي لا يمكن أن تقع مطلقًا، ويرمز لها بالمجموعة الخالية: {} او ø

2) الحادثة المؤكدة (Sure Event)

هي الحادثة التي تقع حتمًا عند إجراء التجربة اي التي تضم جميع عناصر الفضاء نفسه E=S

أمثلة على الحوادث :

- في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه فأن المجموعة التالية تشكل حوادث لانها مجموعة جزئية من فضاء العينة:

الحادثة	الحدث	عدد العناصر
1- حادثة ظهور عدد زوجي	A= {2,4,6}	N (A) = 3
2- حادثة ظهور عدد اقل من 6	B={1,2,3,4,5}	N(A) = 5
3- حادثة ظهور العدد 6	C={6}	N(C)= 1
4- ظهور عدد سالب	D= { }	N(D)= 0
5- حادثة ظهور عد موجب	E= {1,2,3,4,5,6}	N(E) =6

H.W– اذا كان لدينا X=(1,2,3) و Y=(1,3,5) فماهي عدد العناصر للحوادث التالية :

A= { (X+Y) : X+Y < 4 }

B= { X=Y}

C= { X+Y=1}

D= { X+Y=2 }

جبر الحوادث (Algebra of Events) او العمليات على الحوادث

1 اتحاد حادثتين (Union)

وهو الحادثة التي تضم جميع العناصر التي تنتمي إلى A أو B أو كليهما معًا, واتحاد الحادثتين A و B ويرمز له بـ: (B U A)

2 تقاطع حادثتين (Intersection)

وهو الحادثة التي تضم العناصر المشتركة فقط بين الحادثتين حيث تقع الحادثة التقاطع إذا وقعت الحادثتان معًا في نفس الوقت ويرمز له بالرمز (A ∩ B)

3 متممة الحادثة (Complement)

وهي الحادثة التي تضم جميع عناصر فضاء العينة التي لا تنتمي إلى A.

متممة الحادثة A ويرمز لها بالرمز : A^C او

4 الفرق بين حادثتين (Difference)

وهو الحادثة التي تضم العناصر التي تنتمي إلى A ولا تنتمي إلى B.

اي الفرق بين الحادثتين A و B ويرمز له بـ: A – B

تقع الحادثة A – B إذا وقعت A ولم تقع B.

أمثلة على العمليات على الحوادث :

– في تجربة رمي حجر النرد مرة وكانت A=(ظهور عدد زوجي) و B= (ظهور عدد فردي) و C= (ظهور عدد يقبل القسمة على 3) أوجد :

1) A U B ,2) A ∩ B , 3) A U C , 4) B ∩ C,

5) A^C , 6) B^C , 7) A–B , 8) B–A

Sol :

S={1,2,3,4,5,6}

A= {2,4,6}

B= {1,3,5}

C= {3,6}

1- A U B= { 1,2,3,4,5,6}

2- A ∩ B = { }

3- A U C = {2,4,6,3}

4- B ∩ C = { 3}

5- A^C = {1,3,5}

6- B^C = { 2,4,6}

7- A–B = {2,4,6} = A

8- B–A = {1,3,5} = B

- رميت قطعة نقود ثلاث مرات متتالية :

1- اكتب فضاء العينة وعدد العناصر

2- اكتب الحوادث التالية وعدد العناصر :

A= حادثة ظهور الصورة (H) في الرمية الاولى

B= حادثة ظهور الصورة(H) مرة واحدة على الاقل.

C= حادثة ظهور الكتابة (T) في الرمية الاولى وصورة (H) في الرمية الثالثة

3- أكتب الحوادث التالية وعدد عناصرها

1)A∩B 2) A∪C , 3)A^C ∪ B^C, 4) $(A \cap B)^C$ 5) A∩B^C

Sol :

S= 2^3 = 2*2*2 = 8

S= {HHH, HHT, HTH, THH, TTH, TTT, THT, HTT} N(S) = 8

A= { HHH, HHT, HTH, HTT} N (A) = 4

B= { HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT } N (B) = 7

C= { THH , TTH } N (C) = 2

A^C = { THH, TTH, TTT, THT } N (A^C) = 4

B^C = {TTT} N(B^C) =1

1) $A \cap B = \{ HHH, HHT, HTH, HTT\}$ $N(A \cap B) = 4$

2) $A \cup C = \{ HHH, HHT, HTH, THH, TTH, HTT \}$ $N(A \cup C) = 6$

3) $A^C \cup B^C = \{ THH, TTH, TTT, THT\}$ $N(A^C \cup B^C) = 4$

4) $(A \cap B)^C = \{ THH, TTH, TTT, THT \}$ $N((A \cap B)^C) = 4$

5) $(A \cap B^C) = \{\}$ $N(A \cap B^C) = 0$

طرق العد:

1- **طريقه الضرب:** هي الطريقة الاساسية للعد يستخدم: أذا كانت الحوادث مستقله , يعني احدهما لا يأثر على الثاني , اي اذا كانت الاحداث مستقلة عن بعضها أو تَحدث وراء بعض .

-مثال :

تريد أختيار شاي/ قهوة

و بعدها تختار بِسُكر/ بدون سُكر

Sol: $2x2 = 4$

النتائج :

1-شاي بِسُكر

2-شاي بدون سُكر

3-قهوة بِسُكر

4-قهوة بدون سُكر

أي: ان جميع الأحداث متتاليه اوكل خطوة تعتمد على الي قَبلها .

-مثال:

رميت قطعه نقود 3 مرات ,ما هو العدد الناتج الكلية للتجربة ؟

SOL: $2*2*2 = 8$

2-**طريقة الجمع:** تستعمل اذا كانت الاحداث متنافيه (اي لا تحدث بوقت واحد) .

-مثال1: اراد طالب ان يسجل في مقرر واحد فقط من فصل ما فأذا كان متاح أمامه في ذلك الفصل اربعه مقررات في الرياضيات وثلاثه في الفيزياء واثنان في الكيمياء فما عدد الاختيارات لديه ؟

SOL: 2+3+4=9

-مثال2: طالب يريد أختيار أما مادة الرياضيات 3 كتب او مادة الفيزياء 2 كتابين , وبعد أختيار المادة يجب أن يختار أستاذ (4 أساتذة) ؟

(2+3)*4

المَفكوك :

المفكوك لأي عدد n يرمز له n! حيث انَ :

n ! =n(n−1)(n−2)X.....X4X3X2X1

0!=1 بالتعريف

مثال: اوجد مفكوك الاعداد الاتية : 4,5,6

SOL : 4!= 4x3x2x1=24

5!=5x4x3x2x1=120

6!=6x5x4x3x2x1=720

امثلة على عملية الجمع والضرب

مثال1/ مكتبة تحتوي على 5 كتب رياضيات و3 كتب فيزياء , كم طريقه لاختيار كتاب واحد من القسمين ؟

5+3=8

مثال2/ صندوق يحتوي على اربعه اقلام باللون الازرق و 6 اقلام بالاحمر ,ماهو احتمال اختيار قلم ازرق أو أحمر ؟

4+6=10

مثال3/ كم عدد الأيام التي تكون فيها أما جمعة أو سَبت ؟

1+1=2

مثال4/ كم عدد زوجي او فردي للأعداد من (1−20) ؟

الأعداد الزوجية 10

الأعداد الفردية 10

10+10=20

مثال5/ رمي نَرد مرتين ؟

للنَرد سته نتائج

6^2=6x6=36

مثال6/ أردتَ الذهاب الى الجامعة ولديكَ طريقين للوصول الى الباص و 3 طرق من الباص الى الجامعة ؟

2x3=6