الفصل الأول

علم الإحصاء:-

هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الأسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وعرضها وتحليلها للوصول منها الى استنتاجات وقرارات مناسبة.

أنواع علم الاحصاء

1- الإحصاء الوصفي:-

ويشمل الطرق الإحصائية المستخدمة في وصف مجموعة معينة من البيانات. وتتضمن الطرق الإحصائية أساليب جمع البيانات في صورة قياسات رقمية ثم تبويبها أو تنظيمها وعرضها وحساب المقاييس الإحصائية المختلفة لها.

2- **الإحصاء ألاستنتاجي أو الاستدلالي:-**

يشمل الطرق الإحصائية التي تهدف الى عمل استنتاجات واستدلالات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات.

وتضم فرعيين هما:-

1- التقدير:- ويهتم بإيجاد قيم تقديرية للاستدلال منها على القيم الحقيقية لمصدر جمع البيانات.

2 - اختبار الفرضيات:-ويتضمن اختبار الفرضيات التي توضع كتفسير أولي للظاهرة المراد دراستها للوصول منها الى قرار بقبولها أو رفضها.

طبيعة البيانات الإحصائية:-

عند جمع بيانات حول ظاهرة ما فإننا نرمز للظاهرة بالرمز(x) وكل مفردة أو مشاهدة منها نرمز لها بالرمز (x_i).

المتغير:-

هو أي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها .ويرمزله بالرمزx أو

أي رمز أخر مثل y اوz-----الخ.

وينقسم الى:-

1- متغيرات وصفية او نوعية:-

وهي تلك الظواهر او الصفات التي لايمكن قياسها بالأرقام العددية. مثل صفة لون العيون(اسود،ازرق، بني)----الخ.

2- متغيرات كمية:-

وهي تلك الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها بأرقام عددية. مثل صفة العمر،الوزن،-----الخ.
وتنقسم المتغيرات الكمية الى نوعين هما:-

أ- متغيرات مستمرة او متصلة:-

فالمتغير المستمر هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة أو المفردة أي قيمة رقمية في مدى معين.

ب- متغيرات غير مستمرة او منفصلة:-

المتغير المنفصل هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة أو المفردة قيما متباعدة أو متقطعة غير مستمرة.

القياس :-

هو عملية تحديد درجة امتلاك الفرد سمة معينة. فمثلا نقول طالباً معينا حصل على 74% في اختبار الإحصاء.

المجتمع:-

هو مجموعة القيم التي يأخذها متغير ما.
المجتمع أما أن يكون:-

1- مجتمع محدود:-أي يمكن حصر عدد مفرداته كما في أطوال الطلبة في كلية التربية الأساسية.

2- مجتمع غير محدود:-هو المجتمع الذي من الصعب او المستحيل حصر عدد مفرداته. مثل/ مجتمع نوع سمك معين في نهر دجلة.

العينة:-

عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع.

وعلية فالعينة جزء من المجتمع.

الرموز الإحصائية:-

يرمز عادة لمجموع قيم المتغير بالرمز

$$\sum_{i=1}^{n} xi$$

فالرمز $\sum$ يسمى (Summation of) أي المجموع.

و(n,1) هما حدا المجموع

وعليه فالرمز $\sum_{i=1}^{n} xi$ يقرا مجموع القيم x مبتدأ من المشاهدة الأولى وحتى الأخيرة إي أن

$$\sum_{i=1}^{n} xi = x_1 + x_2 + --- + x_n$$

*هناك مجموع جزئي مثل

$$\sum_{i=3}^{5} xi = x_3 + x_4 + x_5$$

*يرمز لمجموع مربعات جميع المشاهدات بالرمز

$$\sum_{i=1}^{n} xi^2 = x_1^2 + x_2^2 + ---- + x_n^2$$

مثال(1) أذا كان xi=1,2,3,4 اوجد $\sum xi^2$

$$\sum_{i=1}^{4} xi^2 = x_{1+}^2 \; x_2^2 + x_3^2 {}_{+} x_4^2$$

$=1^2+2^2+3^2+4^2$

=1,4,9,16=30

*ويرمز لمربع مجموع المشاهدات بالرمز

$$(\sum_{i=1}^{n} xi)^2 = (x_{1+} \; x_2 + --- + x_n)^2$$

مثال(2) أذا كان xi=1,2,3,4 اوجد $(\sum xi)^2$

$$(\sum_{i=1}^{4} xi)^2 = (x_{1+} \; x_2 + x_3 + x_4)^2$$

$= (1+2+3+4)^2$

$= (10)^2$

=100

نستنتج من مثال(1،2)ان $\sum xi^2 \neq (\sum xi)^2$

*يرمز لمجموع حاصل ضرب قيم متغيرين y,x بالرمز

$$\sum_{i=1}^{n} xiyi = x_1 y_1 + x_2 y_{2+} ---- {}_{+} x_n y_n$$

مثال(3)اذا كان yi=1,3,5, xi=2,4,6 اوجد $\sum xiyi$

$$\sum_{i=1}^{3} xiyi = x_1y_1 + x_2y_{2+}\ x_3\,y_3$$

$=2\times1+4\times3+6\times5$

$=2+12+30$

$=44$

*ويرمز لحاصل ضرب مجموعين لقيم متغيرين بالرمز

$$\left(\sum_{i=1}^{n} xi\right)\left(\sum_{i=1}^{n} yi\right) = (x_1 + x_2 + --\ +x_n)(y_{1+}\,y_2\ + ---- + y_n)$$

مثال(4) اذا كان$yi=1,3,5$, $xi=2,4,6$ اوجد$(\sum xi)(\sum yi)$

$$\left(\sum_{i=1}^{3} xi\right)\left(\sum_{i=1}^{3} yi\right) = (x_1 + x_2 + x_3)(y_{1+}\,y_2\ + y_{3)}$$

$=(2+4+6)(1+3+5)$

$=\quad 9$

$=108$

نستنتج من مثال(3،4) أن $\sum xiyi \neq (xi)(yi)$

بعض القواعد في عملية الجمع:-

1-أذا كان (c) أي عدد ثابت فان

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{c} = \mathbf{nc}$$

البرهان:-

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{c} = \mathbf{c_1} + c_2\ + --- + \mathbf{c_n}$$

=nc

مثال/

$$\sum_{i=1}^{4} 7 =$$

=7×4=28

2- أذا كان(c)أي عدد ثابت فان

$$\sum_{i=1}^{n} cxi = c\sum_{i=1}^{n} xi$$

البرهان

$$\sum_{i=1}^{n} cxi = cx_1 + cx_2 + --- + cx_n$$

$=C(x_1+x_2+------+x_n)$

$=c\sum xi$

مثال/ **$\sum 5xi = 5\sum xi$**

3-جمع متغيرين او اكثر هو مجموع جمعهم اي ان

$$\sum_{i=1}^{n} (xi + yi) = \sum_{i=1}^{n} xi + \sum_{i=1}^{n} yi$$

البرهان:-

$$\sum_{i=1}^{n} (xi + yi) = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + --- + (x_n + y_n)$$

$=(x_1+x_2+-----+x_n)+(y_1+y_2+------+y_n)$

$=\sum xi+\sum yi$

مثال/أذا كان

$$\sum_{i=1}^{4} \mathbf{xi} = 5 \,, \sum_{i=1}^{4} \mathbf{yi} = 8$$

جد

$$\sum_{i=1}^{4} (2xi + 3yi + 5)$$

$$= 2\sum_{i=1}^{4} xi + 3\sum_{i=1}^{4} yi + \sum_{i=1}^{4} 5$$

=2×5-3×8+4×5

= 10-24+20

= -14+20

= 6

*ملاحظة:- يجب أن نفرق بين بعض الرموز الإحصائية مثل:-

$$1) \sum_{i=1}^{n} \frac{xi}{yi} = \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + --- + \frac{x_n}{y_n}$$

$$2) \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{\sum_{i=1}^{n} yi} = \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + --- + \frac{x_n}{y_n}$$

2) $\sum xi-3 \neq \sum(xi-3)$

جدول التوزيع التكراري:-

هو جدول بسيط يتكون من عمودين الأول يسمى بعمود الفئات (classes) ويرمز له بالرمز (c)والثاني بعمود التكرارات (frequency)ويرمز له بالرمز (fi)

بعض التعاريف عن الجدول التوزيع التكراري:-

1-البيانات غير المبوبة:-

وهي البيانات الاولية او الاصلية التي جمعت ولم تبوب.

2-البيانات المبوبة:-

وهي البيانات التي نظمت في جدول توزيع تكراري.

3- الفئات:-

مجموعة من القيم المحددة بمديين الأول يسمى الحد الأدنى Lower classlimits والثاني يسمى بالحد الأعلى Upper class limits

مثال/فالفئة(41-50) حدها الادنى(41) وحدها الاعلى(50)

4-التكرار:-

وهي عدد القيم التي تقع في مدى تلك الفئة.ونرمز لها ب(fi)

5- الحدود الحقيقية للفئات:-

لكل فئة حدان حقيقيان حد أدنى حقيقي وحد أعلى حقيقي

قانون الحد الأدنى الحقيقي= الحد الأدنى - 0.5

مثال/ أذا كان الحد الأدنى (41) جد الحد الأدنى الحقيقي.

الحد الأدنى الحقيقي= الحد الأدنى -0.5

=41- 0.5

40.5=

قانون / الحد الأعلى الحقيقي= الحد الأعلى + 0.5

مثال/ اذا كان الحد الأدنى (50) جد الحد الأدنى الحقيقي.

الحد الأعلى الحقيقي= الحد الأعلى -0.5

= 0.5 +50

= 50.5

6- مركز الفئة:-

عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة. ونرمز له بالرمزxi

قانونه هو:-

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2}$$

مثال/ اذا كان الحد الأعلى (40) والحد الأدنى(31)، اوجد مركز الفئة.

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2}$$

$$= \frac{31+40}{2}$$

35,5=

7- طول الفئة:-

هو مقدار المدى بين حدي الفئة ونرمز له بالرمز (w) قانونه هو

طول الفئة= الحد الأعلى – الحد الأدنى +١

مثال/ أذا كان الحد الأعلى (40) والحد الأدنى(31)، اوجد طول الفئة.

طول الفئة= الحد الأعلى – الحد الأدنى +١

=40-31+1

=5

الخطوات العامة في أنشاء جداول التوزيع التكرارية:-

1-استخراج مدى المتغير.

المدى= أعلى قيمة- اقل قيمة

2-اختيار وتحديد عدد الفئات:- حيث نختار عدد الفئات اختيارا على أن لا تقل عن خمسة ولا تزيد عن خمسة عشر فئة.

3-إيجاد طول الفئة:-يكون عدد صحيحا وموجبا دائما.

4-كتابة حدود الفئات.

5-استخراج عدد التكرارات لكل فئة.

مثال/أدناه درجات 20طالباً في مادة الرياضيات المطلوب أنشاء جدول توزيع تكراري.

66	65	73	74	85
69	57	52	63	40
91	77	30	32	45
66	30	92	70	64

١- مدى المتغير=92-30=62

٢-عدد الفئات=8

٣-طول الفئة=$\frac{62}{8}$ =7.7 يقرب الى 8

c	fi
30 -37	3
38 -45	2
46 -53	1
54 -61	1
62 -69	6
70 -77	4
78 -85	1
86 -93	2

*ملاحظة:- اذا كان هناك فئة موجودة في الجدول يجب معرفة طول الفئة ثم أكمال الجدول.

مثال/نظم البيانات الاتية:- (24,5,15,16,10,11,19,15,21,15) في جدول تكرارات فئته الاولى(5-9)

C	fi
5 -9	1
10-14	2
15-19	5
20-24	2

1- جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي(تكرار متجمع صاعد):-

و هو جدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة. ونرمز له بالرمز Fi↑

2-جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي(تكرار متجمع نازل):-

وهو جدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة.ونرمز له بالرمز $F_i\downarrow$

مثال/ جد التكرار المتجمع الصاعد والنازل من الجدول الاتي:-

C	fi	$\uparrow$Fi	$\downarrow$Fi
50- 54	3	3	30
55- 59	4	7	27
60- 64	3	10	23
65-69	5	15	20
70- 74	5	20	15
75- 79	2	22	10
80- 84	6	28	8
85- 89	2	30	2

التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري:-

أ- المدرج التكراري:-

هو عبارة عن مستطيلات راسية تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل اطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات.

خطوات رسم المدرج التكراري:-

1- رسم المحور الأفقي والعمودي.

2- يدرج المحور الأفقي بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات.

3- يرسم على كل فئة مستطيلا راسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه تمثل تكرار تلك الفئة.

مثال/ارسم المدرج التكراري من الجدول الاتي:-

c	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
fi	1	2	5	15	25	20	12
الحدود الحقيقية	30.5-40.5	40.5-50.5	50.5-60.5	60.5-70.5	70,5-80.5	80.5-90.5	90.5-100.5

ب-المضلع التكراري:-

هو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة.

*عادة يقفل المضلع بأن نصل بداية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة (خيالية)واقعة الى يسار أول فئة تكرارها صفرا ونصل نهاية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة(خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة تكرارها ايضا صفرا.

خطوات رسم المضلع التكراري:-

1-رسم المحورالافقي والعمودي.

2-يدرج المحور الافقي الى اقسام متساوية يشمل على مراكز الفئات ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية يشمل على التكرارات.

3-وضع نقطة امام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة.

4-توصيل النقاط بخطوط مستقيمة.

مثال/ارسم المضلع التكراري من الجدول الاتي:-

c	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
fi	1	2	5	15	25	20	12
Xi	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	95.5

ج-المنحني التكراري:-

عبارة عن منحني يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئات.

*عادة يقفل المنحني بأن نصل بدايته بالحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى الحقيقي للفئة الأخيرة.

مثال/ارسم المنحني التكراري من الجدول الاتي:-

c	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
fi	1	2	5	15	25	20	12
Xi	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	95.5

د- الدائرة البيانية:-

تعتبر هذه الطريقة أفضل الطرق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة ونستطيع بواسطتها أن نقارن الأجزاء بعضها ببعض ثم الجزء(القطاع الدائري) بالكل(الدائرة).

خطوات رسم الدائرة البيانية:-

١-نستخرج زاوية القطاع=($\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$ ×360)

٢-نرسم دائرة معينة ونرسم عليها نصف القطر.

٣-نرسم الزاوية المركزية التي ضلعها الابتدائي نصف القطروالممثلة بالقطاع.

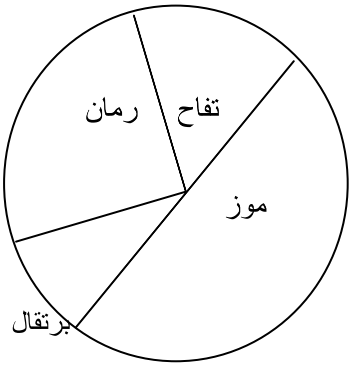
مثال/مجموعة من الفاكهة وزعت على طلاب القسم الداخلي وكانت كالاتي:-

المجموع	رمان	برتقال	موز	تفاح	نوع الفاكهة
1080	270	90	540	180	العدد

المطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاع الدائري.

زاوية قطاع التفاح= $\frac{180}{1080}\times 360 = 60^\circ$

زاوية قطاع الموز= $\frac{540}{1080}\times 360 = 180^\circ$



زاوية قطاع البرتقال= $\frac{90}{1080}\times 360 = 30^\circ$

زاوية قطاع الرمان= $\frac{270}{1080}\times 360 = 90^\circ$

الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية:-

هو القيمة المركزية القريبة من الدرجة التي يتجمع عندها اكبر عدد من الدرجات.

1-الوسط الحسابي أو المتوسط:-

هو القيمة الناتجة من قسمة مجموع القيم على عددها ويرمز له بالرمز $\bar{x}$

طريقة حسابه:-

أ-الوسط الحسابي للبيانات غير مبوبة:- نستخدم القانون التي:-

$$\bar{x}=\frac{\sum xi}{n}$$

مثال/كانت درجات الحرارة لأربعة أيام متتالية هي 4,6,5,1 جد معدل درجة الحرارة للأيام الأربعة.

$$\bar{X}=\frac{4+6+5+1}{4}$$

$$=4$$

ب-الوسط الحسابي للبيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

مثال/ جد الوسط الحسابي للجدول التكراري الاتي:-

C	fi	Xi	fixi
4-8	3	6	18
9-13	4	11	44
14-18	3	16	48

	10		110

$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$=\frac{110}{10} = 11$

خواص الوسط الحسابي:-

١-مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفرا.

البيانات غير مبوبة

$$\sum(xi-\bar{x})=0$$

البرهان:-

$$\sum (xi-x) = \sum Xi-\sum \bar{x}$$

$$=\sum xi-n.\bar{x}$$

$$=\sum xi-n\frac{\sum xi}{n}$$

$$=\sum xi-\sum xi=0$$

البيانات المبوبة $\sum fi(xi-x)=0$

البرهان:-

$$\sum Fixi-\bar{x}\sum fi$$

$$=\sum Fixi-\frac{\sum fixi}{\sum fi}\sum Fi$$

$$=\sum Fixi-\sum fixi=0$$

ب- عند اضافة عدد ثابت k الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة= الوسط الحسابي للقيم الاصلية+العدد الثابت k

اي ان $xi=yi+k$

فان $\bar{x}=\bar{y}+k$

البرهان:-

$$Xi=yi+k$$

$$\sum Xi=\sum yi+n.k$$

بقسمة طرفي المعادلة على n $\frac{\sum xi}{n}=\frac{\sum yi}{n}+\frac{n.k}{n}$

$$\bar{x}=\bar{y}+k$$

ج- اذا ضربت كل قيمة من قيم المشاهدات في قيمة ثابتة k فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة= الوسط الحسابي للقيم الاصلية×العدد الثابت.

اي ان $xi=kyi$

فان $\bar{x}=k\bar{y}$

البرهان:- $xi=kyi$

$$\sum Xi=k\sum yi$$

بقسمة طرفي المعادلة على n $\frac{\sum xi}{n}=k\,\frac{\sum yi}{n}$

$$\bar{x}=k\bar{y}$$

د-اذا ضربت كل مشاهدة من المشاهدات بقدار ثابت a واضيف لها مقدار ثابتb فان الوسط الحسابي الجديد=الوسط الحسابي الاصلي مضروب في a ومضاف له b.

اذاكان $xi=ayi+b$

فان $\bar{x}=a\bar{y}+b$

البرهان:- $\sum xi=\sum(ayi+b)$

$$\sum Xi=a\sum yi+\sum b$$

$$\sum xi=a\sum yi+n.b$$

$$\frac{\sum xi}{n}=\frac{a\sum yi}{n}+\frac{n.b}{n}$$

$$\bar{x}=a\bar{y}+b$$

ه-الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين= مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين.

اذاكان $zi=xi+yi$

فان $\bar{z}=\bar{x}+\bar{y}$

البرهان:- $zi=xi+y\ i$

$$\sum zi=\sum(xi+yi)$$

$$\sum zi=\sum xi+\sum yi$$

$$\frac{\sum zi}{n}=\frac{\sum xi}{n}+\frac{\sum yi}{n}$$

$$\bar{z}=\bar{x}+\bar{y}$$

2-الوسط الحسابي المرجح(الموزون):-

يستخدم في استخراج معدل الطالب الجامعي في فصل دراسي، يكون من خلال معدل درجاته في المواد المختلفة موزنة كل بعدد ساعاتها المعتمدة.

مثال/ طالب جامعي في السنة الثالثة كانت درجاته في نهاية الفصل كالاتي:-

اسم المادة	قياس وتقويم	علم النفس	اللغة العربية	E	ارشاد تربوي	صحة
الدرجة	72	80	90	65	65	70
عددالساعات	3	3	2	2	2	2

فما هو معدله في الفصل الدراسي.

الوسط الحسابي المرجح= $\frac{70.2+65.2+65.2+90.2+80.3+72.3}{14}$

$=\frac{1036}{14}$

$=74$

3-الوسيط:-

هو عبارة عن القيمة الوسطى لمجموعة من القيم رتبت تصاعديا او تنازليا ويرمز له بالرمز Me.

أ-البيانات غير مبوبة:-

١-اذا كان n عدد فرديا فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$

مثال/ اوجد الوسيط للقيم 50,75,35,60,65

ترتب القيم تصاعديا 35,50,60,65,75

ترتيب الوسيط= $\frac{n+1}{2}$

$$=\frac{5+1}{2}=3$$

Me=60

٢- اذاكان n عدد زوجيا فان الوسيط هو الوسط الحسابي للقمتين ترتيبهما ($\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$)

مثال/ اوجد الوسيط لدرجات طالب في مادة الاحصاء في(6)اختبارات

40,71,80,84,76,87

ترتب القيم تصاعديا *40,71,76,80,84,87*

$$\frac{n}{2}=\frac{6}{2}=3$$

$$\frac{n}{2}+1=3+1=4$$

$$Me=\frac{76+80}{2}=78$$

ب- البيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$Me=L+\frac{\frac{fi}{2}-\uparrow Fi}{fi}\ W$$

حيث ان:-

L =الحد الادنى الحقيقي للفئة الوسيطية.

$\sum fi$ =مجموع التكرارات.

$Fi\uparrow$= *تكرار متجمع صاعد قبل فئة الوسيطية*

Fi =تكرار الفئة الوسيطية.

W =طول الفئة

لايجاد الوسيط للبيانات المبوبة نتبع الخطوات الاتية:-

١- نجد التكرار المتجمع الصاعد للجدول التكراري.

١- نجد ترتيب الوسيط = $\frac{\sum fi}{2}$

٣-نجد الفئة الوسيطية.

٤- نطبق قانون الوسيط اعلاه.

مثال/جد الوسيط للجدول الاتي:-

C	fi	$\uparrow$ Fi
4 – 8	1	1
9 – 13	3	4
14 -18	4	8
19 -23	2	10

ترتيب الوسيط = $\frac{\sum fi}{2}$

$= \frac{10}{2} = 5$

$$Me=13.5+\frac{5-4}{4}\times 5$$

$$=13.5+\frac{5}{4}$$

$$=13.5+1.25=14.75$$

4- المنوال:-

هو القيمة التي تكرر اكثر من غيرها. ونرمز له بالرمز Mo

طريقة حسابه:-

أ-المنوال للبيانات غير مبوبة:-

مثال/ اوجد المنوال لكل من البيانات الاتية:-

7,3,5,7,2,7

$Mo=7$

* ١- قد يكون هناك منوالين او أكثر.

مثال/اوجد المنوال للقيم الاتية:- 2,4,6,2,4

$M0_1=2 \quad , \quad Mo_2= 4$

٢- قد لايكون هناك منوالا

مثال/ 1,2,3,4,5

$Mo=\varnothing$

ب-المنوال للبيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$Mo = L + \left(\frac{d1}{d1+d2}\right)w$$

حيث ان:-

L=الحد الأدنى الحقيقي للفئة المنوال.

d_1= الفرق بين تكرار فئة المنوال وتكرار الفئة التي قبلها.

d_2= الفرق بين تكرار فئة المنوال وتكرار الفئة التي بعدها.

W=طول الفئة.

*فئة المنوال هي الفئة التي تملك اكبر التكرارات.

مثال/ جد المنوال للجدول الاتي:-

C	fi
10 -14	1
15 –19	7
20 -24	8
25 -29	3
30 -34	1

$D_1=8-7=1$

$D_2=8-3=5$

$$Mo=19.5+\frac{1}{1+5}\ 5$$

$$= 19.5 +0.8$$

$$=20.3$$

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية:-

نحدد العلاقة بالقانون الاتي:-

$$\bar{x}-Mo=3(\bar{x}-Me)$$

مثال/ في احدى التوزيعات التكرارية Mo=17,x=12 جد Me

$$\bar{x}-Mo=3(\bar{x}-Me)$$

$$12-17=3(12-Me)$$

$$-5=36-3Me$$

$$3Me=36+5$$

$$3Me=41$$

$$Me=\frac{41}{3}$$

الفصل الثالث

مقاييس التشتت:-

هي المقاييس التي تبحث في مقدار الاختلافات بين البيانات وهي على الأنواع الاتية:-

1- المدى:

هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة في تلك المجموعة ويرمز له بالرمز R .

مثال/جد المدى للبيانات الاتية:- 8,3,5,2,4

R=8-2=6

2-الانحراف المتوسط :- ويرمز له بالرمز M.D

طريقة حسابه

أ- الانحراف المتوسط للبيانات غير مبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$M.D=\frac{\sum|xi-\bar{x}|}{n}$$

حيث نتبع الخطوات الاتية لايجاد الانحراف المتوسط:-

١-نجد الوسط الحسابي لبيانات.

٢-نجد الفرق بين كل قيمة والوسط الحسابي.

٣-نجد القيمة المطلقة للفروق ثم نجد المجموع.

جد الانحراف المتوسط للبيانات الاتية:-

Xi	$Xi-\bar{x}$	$\lvert Xi-\bar{x}\rvert$
3	-1	1
5	1	1
6	2	2
2	-2	2

$\bar{x}=\frac{16}{4}=4$

$$M.D=\frac{6}{4}$$

$$=1.5$$

ب- الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$M.D=\frac{\sum fi\left|xi-\bar{x}\right|}{\sum fi}$$

مثال/ اوجد الانحراف المتوسط لجدول الاتي:-

C	fi	Xi	fixi	$\left\|Xi-\bar{x}\right\|$	$fi\left\|xi-\bar{x}\right\|$
10- 14	1	12	12	-9	9
15- 19	7	17	119	-4	28
20- 24	8	22	176	1	8
25- 29	3	27	81	6	18
30-34	1	32	32	11	11

$$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

$$=\frac{420}{20}$$

$$=21$$

$$M.D=\frac{74}{20}=3.7$$

3- التباين:

هو مربع الانحراف المعياري .

طريقة حسابه:-

أ-التباين للبيانات غير مبوبة:-

الطريقة المطولة

$$S^2=\frac{\sum(xi-\bar{x})2}{n-1}$$

الطريقة المختصرة $S^2=\frac{\sum(xi^2-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}$

بالنسبة لحساب تباين العينة نستخدم القانون أعلاه

اما لحساب تباين المجتمع فيرمز لتباين σ^2

الطريقة المطولة $\sigma^2=\frac{\sum(xi-\bar{x})2}{n}$

الطريقة المختصرة $\sigma^2=\frac{\sum(xi^2-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n}$

مثال/جد التباين للمشاهدات الاتية:-

xi	(xi- x)	$(xi- x)^2$
4 3 8	-1 -2 3	1 4 9
15		14

$\bar{X}=\frac{15}{3}=5$

$\sigma^2=\frac{\sum(xi-x)2}{n}$

$=\frac{14}{3}$

ب- التباين للبيانات المبوبة:-

الطريقة المطولة $S^2=\frac{\sum fi(xi-\bar{x})2}{\sum fi-1}$

الطريقة المختصرة $S^2=\frac{\sum fixi^2-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi-1}$

بالنسبة لحساب تباين العينة نستخدم القانون اعلاه

أما لحساب تباين المجتمع فيرمز لتباين σ^2

الطريقة المطولة $\sigma^2 = \frac{\sum fi(xi-\bar{x})2}{\sum fi}$

الطريقة المختصرة $\sigma^2 = \frac{\sum fixi^{\,2} - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}$

مثال/ احسب التباين لجدول التوزيع التكراري الاتي:-

c	fi	xi	fixi	(xi-x̄)	$(xi-\bar{x})^2$	$Fi(xi-\bar{x})^2$
50-55	5	52.5	262,5	-18,7	349.69	1748.45
60-65	14	62.5	875	-8.7	75,69	1059.66
70-75	22	72.5	1595	1,3	1.69	37.18
80-85	9	82.5	742.5	11.3	127.69	1149.51
90-95	4	92.5	370	21.3	453.69	1814.76
	54		3845			5809.56

$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= \frac{3845}{54}$

$= 71.2$

$\sigma^2 = \frac{\sum fi(xi-x)2}{\sum fi}$

$= \frac{5809.56}{54}$

$=107,58$

4- الانحراف المعياري(القياسي):-

هو الجذر التربيعي لتباين تلك العينة.

طريقة حسابه:-

أ-الانحراف المعياري للبيانات غير مبوبة:-

الطريقة المطولة $S=\sqrt{=\frac{\sum(xi-\bar{x})2}{n-1}}$

الطريقة المختصرة $S=\sqrt{\frac{\sum(xi^{2}-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}$

بالنسبة لحساب الانحراف المعياري للعينة نستخدم القانون اعلاه

اما لحساب الانحراف المعياري للمجتمع فيرمز للانحراف المعياري σ

الطريقة المطولة $\sigma=\sqrt{\frac{\sum(xi-\bar{x})2}{n}}$

الطريقة المختصرة $\sigma=\sqrt{\frac{\sum(xi^{2}-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n}}$

مثال/البيانات الاتية:- 9,8,6,5,7 تبين كمية محصول القطن في خمس مزارع احسب الانحراف المعياري لها.

xi	(xi- x)	$(xi- x)^2$
9	2	4
8	1	1
6	-1	1
5	-2	4
7	0	0
		10

$\bar{X}=\frac{35}{5}=7$

$S=\sqrt{\frac{\sum(xi-x)2}{n-1}}$

$=\sqrt{\frac{10}{5-1}}$

$$=\sqrt{\frac{10}{4}}$$

$=\sqrt{2.5}$ $=1.58$

ب- الانحراف المعياري للبيانات المبوبة:-

الطريقة المطولة

$$S=\sqrt{\frac{\sum fi(xi-\bar{x})2}{\sum fi-1}}$$

الطريقة المختصرة

$$S=\sqrt{=\frac{\sum fixi^{\,2}-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi-1}}$$

بالنسبة لحساب الانحراف المعياري للعينة نستخدم القانون اعلاه

اما لحساب الانحراف المعياري للمجتمع فيرمزللانحراف المعياري σ

الطريقة المطولة

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum fi(xi-\bar{x})2}{\sum fi}}$$

الطريقة المختصرة

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum fixi^{\,2}-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}}$$

مثال/ احسب الانحراف المعياري لجدول التوزيع التكراري الاتي:-

c	fi	xi	fixi	$(xi-\bar{x})$	$(xi-\bar{x})^2$	$Fi(xi-\bar{x})^2$
50-55	5	52.5	262,5	-18,7	349.69	1748.45
60-65	14	62.5	875	-8.7	75,69	1059.66
70-75	22	72.5	1595	1,3	1.69	37.18
80-85	9	82.5	742.5	11.3	127.69	1149.51
90-95	4	92.5	370	21.3	453.69	1814.76
	54		3845			5809.56

$$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

$$=\frac{3845}{54}$$

$= 71.2$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)2}{\sum fi}}$$

$$= \sqrt{\frac{5809.56}{54}}$$

الفصل الرابع

مقاييس الارتباط:-

انواع معاملات الارتباط:-

1- معامل ارتباط بيرسون:- ونرمز له بالرمز (r).

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n})}}$$

أن معامل الارتباط يتراوح قيمته بين 1- ,1+

أذا كان r=1 الترابط الطردي :- يعني ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه زيادة في قيم المتغير الأخر. اي تكون علاقة موجبة تامة.

أذا كان r=-1 الترابط العكسي :- يعني ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه نقصان في قيم المتغير الاخر. اي تكون علاقة سالبة تامة.

أذا كانت r=0 يعني عدم وجود ترابط خطي بينهما وليس عدم وجود علاقة بينهما.

مثال/احسب معامل ارتباط بيرسون للبيانات الاتية والتي تمثل الدرجات الفصلية

7,6, 5.8,10 والدرجات النهائية 8,7,6,8,6 لخمسة طلاب.

xi	yi	xiyi	Xi^2	Yi^2
7	8	56	49	64
6	7	42	36	49

5	6	30	25	36
8	8	64	64	64
10	6	60	100	36
36	35	252	274	249

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}}$$

$$= \frac{252 - \frac{36\times35}{5}}{\sqrt{(274 - \frac{(36\times36)}{})(249 - \frac{(35\times35)}{5}}}$$

$$= \frac{252-252}{\sqrt{(274-259.2)(249-245)}}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{14.8\times4}}$$

=o لايوجد ارتباط

2- معامل ارتباط سبيرمان للرتب:- ونرمزله بالرمز (r_s)

يقيس معامل ارتباط الرتب التغير الاقتراني القائم بين ترتيب الافراد بالنسبة لصفة معينة، ففي بعض الاحيان يمكن وصف مركز الفرد في جماعته عن طريق ترتيبه بينهم في سمة معينة. قانونه هو

$$R_s = 1 - \frac{6\sum(Rx-Ry)^2}{n(n^2-1)}$$

n	x	y	Rx	Ry	(Rx –Ry)	$(Rx-Ry)^2$
1	6	9	5	2	3	9
2	8	10	3	1	2	4
3	10	7	1	4	-3	9
4	7	6	4	5	-1	1
5	9	8	2	3	-1	1
						24

$$R_s=1-\frac{6\sum(Rx-Ry)^2}{n(n^2-1)}$$

$$=1-\frac{6\times24}{5(5^2-1)}$$

$$=1-\frac{144}{5\times24}$$

$$=1-\frac{144}{120}$$

$$=-0.20$$

مع تمنياتي بالنجاح والموفقية