$$r^2 = \frac{1}{n}[\sum E^2]$$

$$= \frac{242}{12} = 20.17$$

وكما نلاحظ في هذا المثا ل ، فان العلامة الملاحظة هي التي تكون معلومة. وهي تتضمن الخطأ في القياس المرتبط بها كما أشرنا في المعادلة:

$$X = T + E$$

إن الخطأ في القياس يتصف بالخواص التالية :

* E متغير عشوائي، وهذا يعني أن الأخطاء لا تعرف قيمها مسبقا وهي لا تسير وفق نموذج منتظم. ولكن الأخطاء موجبة أحيانا وبالتالي تكون في صالح الطالب. وتكون أحيانا أخرى سالبة فتكون ضد الطالب

* مجموع E= صفر لأن مجموع الأخطاء في القياس للطالب الواحد في عدد من الامتحانات هو مجموع انحرافات العلامات الملاحظة عن العلامة الحقيقية وهذا يساوي صفرا .

* تباين الأخطاء في عدد من الاختبارات للفرد الواحد يساوي تباين علاماته الملاحظة في تلك الامتحانات . وبالتالي فان تباين Eلا يتأثر بالعلامة ق فالأخطاء هي قيم لمتغير عشوائي والعلامة ق ثابت .

* الأخطاء في صورتين للاختبار أو في اختبارين مختلفين غير مرتبطة بعضها مع بعض وفي الحقيقة فان الأخطاء مستقلة عن بعضها بعضا. ويعرف معامل الثبات بنسبة تباين العلامات الحقيقية إلى تباين العلامات الملاحظة، أي:

$$\text{معامل الثبات} = r_{xx} = \frac{S^2_T}{S^2_x}$$

حيث $S^2_E$ = تباين العلامة الحقيقية $S^2_x$ = تباين العلامات الملاحظة .

وبالرجوع الى $X = T + E$ ، وحقيقة أن T , E مستقلان عن بعضهما بعضا فان :

$$S^2_x = S^2_T = S^2_E$$

مثال: (2)

كانت العلامات الحقيقية والعلامات المشاهدة لخمسة طلاب كما في الجدول رقم: 5 - 3 . أوجد أخطاء القياس ثم أوجد معامل الثبات :





الجدول: 5 - 3

| رقم الطالب | العلامة الحقيقية | العلامة الملاحظة | أخطاء القياس |
|---|---|---|---|
| 1 | 36 | 32 | 4- |
| 2 | 18 | 20 | 25 |
| 3 | 20 | 34 | 4+ |
| 4 | 42 | 44 | 2+ |
| 5 | 24 | 20 | 4- |
| المجموع | 150 | 150 | 0 |

الحل :

في العمود الرابع تسجل أخطاء القياس حيث:

$$E = X = T$$

ونجد المجاميع ونسجلها، ونجد الأوساط الحسابية:

$$E = 0$$

$$\overline{T} = \frac{150}{5} = 30$$

$$\overline{X} = \frac{150}{5} = 30$$

ثم نحسب التباينات من المعادلة المعروفة:

$$S^2 = \frac{1}{n}[X^2 - n\overline{X}^2]$$

فنحصل على:

$$S^2_T = \frac{1}{5}[36^2 + 15^2 + 30^2 + 42^2 + 24^2) - 5 \times 30^2]$$

$$= 72$$

$$S^2_x = \frac{1}{5}[32^2 + 20^2 + 24^2 + 44^2 + 20^2) - 5 \times 30^2]$$

$$= 83.2$$

$$S_E = \sqrt{11.2}$$

$$S_E^2 = \frac{1}{5}[(-4)^2 + (2)^2 + (4)^2 + (2)^2 + (-4^2) - 5 \times 0]$$

$$= 11.2$$

معامل الثبات r يساوي :

$$r_{xx} = \frac{S_T^2}{S_x^2} = \frac{72}{83.2} = 0.865$$

في معظم الحالات العملية للقياس تكون العلامات الملاحظة هي المعلومات الوحيدة المتوفرة عن المفحوصين، أما علاماتهم الحقيقية وأخطاء القياسات المتعلقة بها فلا تكون معلومة.

ولكن اذا علم تباين العلامات الملاحظة أو انحرافها المعياري. وعلم معامل الثبات ، فان الانحراف المعياري للأخطاء يمكن تقديره، وهذه الكمية تسمى " الخطأ المعياري للقياس" .

**تعريف (2)**

الخطأ المعياري للقياس هو الانحراف المعياري للأخطاء E.

ويحسب الخطأ المعياري للقياس كما يلي :

من المعادلتين:

$$S^2 = S^2 = S^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$r = \frac{S_T^2}{S_x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بتعويض $S^2_T$ من (1) في (2) نجد أن:

$$r = \frac{S_x^2 - S_T^2}{S_x^2}$$

ومنه:

$$S_E^2 = S_x^2 (1 - r)$$

إذاً :

$$S_E = S_x \sqrt{(1 - r)}$$

ففي المثا ل (2) إذا لم نحسب $S^2_E$ مباشرة ، نستطيع إيجادها من المعادلة أعلاه.

$$S_E = \sqrt{83.2}\ \sqrt{1-0.865} = 3.35$$

وهو كما حصل عليه من الحساب المباشر.

إن المعادلة $Se = Sx \sqrt{(1 - r)}$ توضح العلاقة بين الخطأ المعياري للقياس ومعامل الثبات. فكلما زادت قيمة معامل الثبات قل الخطأ المعياري للقياس. أي أن العلاقة بينهما عكسية.

### 5 . طرق حساب معامل الثبات :

يوجد عدد من الطرق لحساب قيمة معامل الثبات لاختبار معين. يستعمل في بعض هذه





الطرق تطبيق الاختبار مرة واحدة وفي بعضها يتم التطبيق مرتين.

بما ان التباين للعلامات الحقيقية لا يكون معلوما. فمن الناحية العملية. لا نستطيع حساب معامل الثبات كنسبة تباين العلامات الحقيقية إلى تباين العلامات الملاحظة :

$$r = \frac{S^2}{S_x^2}$$

ولذلك لا بد من استعما ل طرق أخرى لحساب معامل الثبات ومنها.

### 1:5 طريقة إعادة الاختبار Test -Retest Method

ان من أسهل الطرق للحصول على قياسات متكررة للمجموعة ذاتها من الأفراد ولقياس السمة ذاتها ( أو المقدرة ذاتها ) هو تطبيق الاختبار نفسه مرتين تزودنا هذه الطريقة بعلامتين لكل مفحوص. ان معامل الارتباط بين العلامات المحصلة في الجلسة الأولى للاختبار وتلك المحصلة في الجلسة الثانية له هو معامل ثبات الاختبار وإعادة الاختبار ومعامل الثبات في هذه الحالة هو معامل الاستقرار (Ebel, 1972).

إن عيوب هذه الطريقة. هو أن الاختبار نفسه يطبق أكثر من مرة على التلاميذ أنفسهم فيألف التلاميذ الاختبار. وتصبح لديهم فكرة عامة عنه وخبرة به. بالرغم من اختلاف التلاميذ أنفسهم في مدى اكتساب كل منهم للخبرة الجديدة مما يجعل بعض التلاميذ يكتبون أجوبتهم السابقة دون تفكير. خاصة إذا كانت الفترة الزمنية بين مرتي التطبيق قصيرة بحيث لا تؤثر هذه الفترة على عامل النسيان عندهم(Grunlund, 1977).

**مثال:(3)**

أجرى اختبار مكون من 20 سؤالا لعينة حجمها 12 طالبا وسجلت علاماتهم (س1) ، وبعد مدة زمنية مقدارها شهران أعيد الاختبار نفسه لمجموعة الطلبة ذاتها ن تحت ظروف مشابهة لظروف الإجراء الأول ، وسجلت علامات الطلب ($X_2$) وكانت العلامات كما في الجدول (5.4). احسب معامل الاستقرار (أي معامل ثبات الاختبار وإعادة الاختبار):

**جدول رقم: 5 : 4**

| الرقم المتسلسل | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | 13 | 10 | 9 | 15 | 14 | 10 | 11 | 12 | 9 | 8 | 10 | 11 |
| $X_1$ | 15 | 9 | 10 | 14 | 13 | 11 | 11 | 13 | 11 | 9 | 14 | 12 |

الحل : نرتب خطوات الحل كما في الجدول (5.5)

| $X_1$ | $X_2$ | $X_1 X_2$ | $X_1^2$ | $X_2^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 13 | 15 | 195 | 169 | 225 |
| 10 | 9 | 90 | 100 | 81 |
| 9 | 10 | 90 | 81 | 100 |
| 15 | 14 | 210 | 225 | 196 |
| 14 | 13 | 182 | 196 | 169 |
| 10 | 11 | 110 | 100 | 121 |
| 11 | 13 | 142 | 121 | 169 |
| 12 | 13 | 165 | 144 | 169 |
| 8 | 11 | 88 | 64 | 121 |
| 9 | 9 | 81 | 81 | 81 |
| 10 | 14 | 140 | 100 | 196 |
| 11 | 12 | 132 | 121 | 144 |
| 132 | 144 | 1617 | 1502 | 1772 |

* لاحظ أنك تحتاج لحساب معامل ثبات الاختبار إلى المقادير التالية:

$$\sum X_1 X_2, \sum X_1^2, \sum X_2^2, \bar{X}_1, \bar{X}_2$$

وعليه فإن :

قيمة $\bar{X}_1 = \frac{132}{12} = 11$

قيمة $\bar{X}_2 = \frac{144}{12} = 12$

أما بقية المقادير فهي محسوبة في الجدول : 5 / 5 وهي :

$$\sum X_1 X_2 = 1617$$

$$\sum X_1^2 = 1502$$

$$\sum X_2^2 = 1772$$

* وبتطبيق القانون :

$$r = \frac{\sum X_1 X_2 - n X_1 X_2}{\sqrt{\sum X_1^2 - n \bar{X}_1^2}\sqrt{\sum X_2^2 - n \bar{X}_2^2}}$$

والتعويض عن هذه المقادير المحسوبة نجد أن :





$$= \frac{1617 - 12X11\ X12}{\sqrt{1502 - 12\ (11)^2}\sqrt{1772 - 12\ (12)^2}}$$

$$= \frac{1617 - 1584}{\sqrt{1772 - 1728}\sqrt{1502 - 1452}}$$

$$= \frac{33}{\sqrt{44}\sqrt{50}} = 0.70$$

### 2:5 طريقة الصور المتكافئة :

إذا أعدت صورتان متوازيتان (نموذجان متوازيان لاختبار ما بحيث يكون من المحتمل أن العلامات في هذين النموذجين تكون متكافئة، واذا أعطي كل طالب في المجموعة هذين النموذجين، فان الارتباط بين العلامات المحصلة من النموذجين يكون تقديرا للثبات. ومعامل الثبات في هذه الحالة هو معامل التكافؤ، ان من أهم الاعتراضات والنواقص على هذه الطريقة ان معظم اختبارات التحصيل التربوي، وخاصة تلك المجهزة للاستعمال في المواقف الصفية تكون نموذج أو صورة واحدة. ولا تكون الصور المتوازية للاختبار في متناول اليد دائما. وحتى اذا وجدت الصور المتوازية للاختبار فكثيرا ما يعترض الطلبة للجلوس للاختبارات المتشابهة لغرض حساب معامل الثبات فقط (Ebel, 1972).

مثال ( ) :

أجرى اختبار مكون من صورتين متكافئتين في كل منهما 18 سؤالاً على عينة من 16 طالباً في الوقت نفسه فكانت علامات الطلبة كما في الجدول 5 : 6

| رقم الطلب | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الصورة $X_a$ | 8 | 9 | 7 | 5 | 6 | 7 | 8 | 6 | 7 | 9 | 8 | 6 | 5 | 4 | 9 | 8 |
| $X_b$ | 9 | 8 | 6 | 6 | 5 | 6 | 8 | 7 | 6 | 8 | 5 | 6 | 7 | 4 | 6 | 7 |

الحل : احسب معامل ثبات الصور المتكافئة ؟

معامل ثبات الصور المتكافئة هو معامل الارتباط بين العلامات $X_a$ , $X_b$ ونحسب بالطريقة المعروفة كما درست في وحدة المفاهيم الاحصائية.

* رتب خطوات الحل كما في الجدول : 7 . 5

* لاحظ أنك تحتاج في حساب معامل ثبات الصور المتكافئة ra.b إلى المقادير التالية :

$$\sum X_a X_b, \sum X^2, \sum X^2, X_a, X_b, n$$

جدول رقم 5 : 7

| $X_a$ | $X_b$ | $X_aX_b$ | $X_a^2$ | $X_b^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 9 | 72 | 64 | 81 |
| 9 | 8 | 72 | 81 | 64 |
| 7 | 6 | 42 | 49 | 36 |
| 5 | 6 | 30 | 25 | 36 |
| 6 | 6 | 6 | 36 | 36 |
| 8 | 5 | 40 | 64 | 25 |
| 9 | 8 | 72 | 81 | 64 |
| 7 | 6 | 42 | 49 | 36 |
| 6 | 7 | 42 | 36 | 49 |
| 8 | 8 | 64 | 64 | 64 |
| 7 | 5 | 35 | 49 | 25 |
| 6 | 7 | 42 | 36 | 49 |
| 5 | 6 | 30 | 25 | 36 |
| 4 | 4 | 16 | 16 | 16 |
| 9 | 6 | 54 | 81 | 36 |
| 8 | 7 | 56 | 64 | 49 |
| 112 | 104 | 745 | 820 | 702 |

وعليه فإن :

قيمة $\overline{X}_a = \frac{112}{16} = 7$

قيمة $\overline{X}_b = \frac{104}{16} = 6.5$

أما بقية المقادير فهي محسوبة في الجدول 7 . 5

$$\sum X_a X_b = 745$$

$$\sum X_a^2 = 820$$

$$\sum X_b^2 = 702$$

* بتعويض هذه المقادير المحسوبة في معادلة ra .b

$$r = \frac{\sum X_a X_b - nX_a X_b}{\sqrt{\sum X_a^2 - n X_a^2}\sqrt{\sum X_b^2 - n X_b^2}}$$

$$= \frac{745 - 16 \times 7 \times 6.5}{\sqrt{820 - 16 (7)^2}\sqrt{702 - 16 (6.5)^2}}$$

$$= \frac{1617 - 1584}{\sqrt{1772 - 1728}\sqrt{1502 - 1452}}$$





$$= \frac{754 - 728}{\sqrt{36}\sqrt{26}}$$

$$= \frac{17}{6 \times 5.1}$$

$$= 0.56$$

### 3:5 طريقة معامل التكافؤ والاستقرار Equivalent Forms

كما ذكرنا سابقا ، يجمع بعض المربين بين طريقتي الاستقرار والتكافؤ. فيجري اختبار ما في فترة زمنية محددة ، ثم تجري صورة متكافئة لهذا الاختبار في فترة زمنية أخرى، وفي هذه الحالة تكون العلامات:

$X_a$: علامات الصورة أ في الفترة الأولى

$X_b$: علامات الصورة ب في الفترة الثانية ، أي بعد مرور فترة زمنية فاصلة بين إجراء صورتي الاختبار

وفي هذه الحالة ، يكون معامل الارتباط بين العلامات س أ ، س ب هو معامل ثبات الاستقرار والتكافؤ .

وتتميز هذه الطريقة بأنها تلغي أثر التدريب والتذكر أو النسيان. وتساعد الباحث على التخلص من مشكلة الفاصل الزمني واعطاء بنود الاختبار نفسه للتلاميذ مرتين (Ebel, 1972).

مثال : (5)

أجري اختبار لعشرة طلاب ، وكانت علاماتهم $X_1$ ، ثم أجري لهم صورة مكافئة لهذا الاختبار بعد مرور خمسة أسابيع ، وكانت علاماتهم $X_2$ وهي كما يلي:

جدول 5 . 8

| رقم الطلب | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | 7 | 4 | 9 | 8 | 7 | 6 | 7 | 5 | 8 | 6 |
| $X_2$ | 5 | 6 | 8 | 8 | 6 | 7 | 6 | 5 | 7 | 7 |

احسب معامل ثبات الاستقرار والتكافؤ :

الحل :

* احسب كلاً من :

$$\sum X_1 , X_2, \sum X_1 X_2, \sum X_1^2, \sum X_2^2, n$$

* رتب خطوات الحل كما في الجدول 9 . 5

| $X_1$ | $X_2$ | $X_1X_2$ | $X_1^2$ | $X_2^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 5 | 35 | 49 | 25 |
| 4 | 6 | 24 | 16 | 36 |
| 9 | 8 | 72 | 81 | 64 |
| 8 | 8 | 64 | 64 | 64 |
| 7 | 6 | 42 | 49 | 36 |
| 6 | 7 | 42 | 36 | 49 |
| 7 | 6 | 42 | 49 | 36 |
| 5 | 5 | 25 | 25 | 25 |
| 8 | 7 | 56 | 64 | 49 |
| 6 | 7 | 42 | 36 | 49 |
| 67 | 65 | 444 | 469 | 433 |

$$r_{1.2} = \frac{\sum X_1 X_2 - nX_1 X_2}{\sqrt{\sum X_1^2 - n X_1^2}\sqrt{\sum X_2^2 - n X_2^2}}$$

$$r_{1.2} = \frac{444 - 10 \times 6.7 \times 6.5}{\sqrt{469 - 10 (6.7)^2}\sqrt{433 - 10 (6.5)^2}}$$

$$= \frac{8.5}{\sqrt{20.1}\sqrt{10.5}}$$

$$= \frac{8.5}{4.48 \times 3.24} = 0.56$$

### 4:5 طريقة التجزئة النصفية، Split -Half Method

وكما لاحظت، فان هناك صعوبات عديدة تتعلق بمعاملات الثبات الخاصة باجراء الاختبار واعادة الاختبار نفسه. وكذلك، في اعداد صور متكافئة للاختبار الواحد. خاصة ما يتعلق منها في المواقف الصفية واختبارات التحصيل التي يجريها المعلم لطلابه مما حدا بالباحثين الى ايجاد بدائل عملية أخرى.

وفي طريقة التجزئة النصفية، فانه يعطى الاختبار كله إلى التلاميذ للإجابة عنه. وعند تصحيحه نقسم فقرات الاختبار إلى قسمين متساويين بحيث يحتوى القسم الأول منه على الفقرات الفردية له (1 ، 3 ، 5، ... الخ) ويحتوى القسم الثاني على الفقرات الزوجية للاختبار (2 ، 4 ، 6 ، ... الخ) ونستخرج معامل الارتباط بين الدرجات الفردية والدرجات الزوجية للاختبار واستخدام معادلة سبيرمان – براون لهذا الغرض لنصل بذلك الى معامل الثبات أو الاتساق الداخلي (Mehrens &Lehmann, 1978).

وتستعمل معادلة سبيرمان – براون في التنبؤ. الزيادة في الثبات الناتجة من اطالة الاختبار بإضافة عدد من الفقرات الشبيهة لفقرات الاختبار الأصلي، وهذه المعادلة هي:





$$r_{xx} = \frac{Kr}{1+(K-1)r}$$

حيث:

$r_{xx}$ = معامل الثبات للاختبار الطويل

r = معامل الثبات للاختبار الأصلي

K = نسبة طول الاختبار الطويل الى الاختبار الأصلي

وفي حالة التجزئة النصفية. K = 2، وبالتالي، تصبح معادلة سبيرمان – براون لتنبؤ معامل الثبات للاختبار الكلي باستعما ل معامل الثبات للتجزئة النصفية يساوي:

$$rxx = \frac{2r_{1/2\ 1/2}}{1+r_{1/21/2}}$$

وتتميز هذه الطريقة بأنها :

* تجنب الفاحص مشكلة إعادة الفحص أو إعداد صور متكافئة للاختبار
* تلغي أثر التغير التي يمكن أن تطرأ على حالة التلميذ العلمية والنفسية والصحية وتؤثر بالتالي على مستوى أداء ه للاختبار .

ومع ذلك ، فان من عيوب هذه الطريقة أن :

* قسمة الاختبار إلى نصفين قد تؤدي إلى عدم تجانس نصفي الاختبار.
* إننا لا نقيس معامل ثبات الاختبار ككل وانما لنصفي الاختبار مما حمل عدد من الباحثين إلى البحث في طرق إحصائية جديدة من أجل حساب معامل ثبات الاختبار ككل.

**مثال (6):**

إذا كان معامل الارتباط بين الفقرات الفردية والفقرات الزوجية في اختبار ما يساوي 0,85 فكم تتنبأ أن يكون معامل الثبات للاختبار كل؟

الحل:

باستعما ل معادلة سبيرمان – براون :

$$rxx = \frac{2r_{1/2\ 1/2}}{1+r_{1/21/2}}$$

$$= \frac{2x\ 0.85}{1+0.85} = 0.92$$

### 5:5 معادلة كودر- ريتشاردسون K -R20،

عزيزي القارىء: درست في طريقة التجزئة النصفية أن تقدير ثبات كان مبنيا على طريقة واحدة. وهي تجزئة الاختبار الى الفقرات ذات الأرقام الفردية والفقرات ذات الأرقام الزوجية.

مع ان الحقيقة تشير الى وجود عدة طرق لعمل مثل هذه التجزئة. ويمكنك ازاء ذلك حساب معامل الثبات الناتج من جميع التجزئات الممكنة ثم حساب معدل هذه المعاملات. وفي مثل هذه الخطوة، فان الباحث يحتاج الى وقت وجهد كبيرين لانجاز ذلك. وبالتالي، يعتبر هذا الاقتراح غير عملي. مما دعا الباحثين الى اقتراح طرق بديلة عن ذلك تؤدي نفس الغرض بجهد ووقت أقل من السابق (Hays, 1973).

وتتلخص الطريقة الجديدة في حساب نسب الاجابات الصحيحة في فقرات الاختبار وتباين الاجابات عن كل فقرة.

**تعريف (4):**

معادلة كودر – ريتشاردسون K-R20: تعطي معدل جميع معاملات الثبات الناتجة من جميع التجزئات الممكنة وهي:

$$K - R20: r_{xx} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma \rho \sigma}{S^2}\right]$$

حيث أن:

n = عدد الفقرات

ρ = نسبة الإجابات الصحيحة عن الفقرة أو السؤال

σ = نسبة الإجابات الخاطئة عن الفقرة أو السؤال

Sx2= التباين لجميع الإجابات

لاحظ ان معادلة K = R20تتناول الاختبارات الموضوعية في الاختبارات التحصيلية. حيث تكون اجابة الطالب عن الفقرة المعينة اما صحيحة أو خاطئة. وبالتالي، تأخذ التباين عن كل فقرة وهو عبارة عن ρσ، ثم نجمع حواصل الضرب هذه عن الفقرات التي عددها لك.

أما ع2 فتحسب من واقع اجابات الطلبة حيث يحصل الطالب على العلامة 1 عن الاجابة الصحيحة عن الفقرة الواحدة والعلامة صفر عن العلامة الخاطئة.

**مثال (9):**

كانت نتائج عشرة طلاب في اختبار مكون من 5 فقرات كما في الجدول رقم: (5 - 7) حيث أن العلامة 1 تدل على إجابة الطالب الصحيحة والعلامة صفر تدل على الإجابة الخطأ.

| | رقم الطالب | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رقم الفقرة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |





احسب معامل الثبات K– R20

**الحل:**

* احسب قيمة المعادلة: ρσ لكل فقرة (كما في الجدول رقم: 5 - 10)
* احسب قيمة $S_x^2$ (كما في الجدول رقم: 5 - 11)
* رتب خطوات الحل على النحو التالي:

**جدول رقم: 5 : 10**

| الفقرة | ρ | σ | ρ σ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.8 | 0.2 | 0.16 |
| 2 | 0.7 | 0.3 | 0.21 |
| 3 | 0.7 | 0.3 | 0.21 |
| 4 | 0.7 | 0.3 | 0.21 |
| 5 | 0.8 | 0.2 | 0.16 |
| | المجموع | | 0.95 |

**جدول رقم: 5 : 11**

| رقم الطالب | العلامة التي حصل عليها : س | س 2 |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 9 |
| 2 | 2 | 4 |
| 3 | 5 | 25 |
| 4 | 3 | 9 |
| 5 | 3 | 9 |
| 6 | 5 | 25 |
| 7 | 3 | 9 |
| 8 | 5 | 25 |
| 9 | 3 | 9 |
| 10 | 5 | 25 |
| المجموع | 37 | 149 |

$$S_x^2 = \frac{1}{10}[149 - 136.]$$

$$= 1.21$$

وبالتعويض في معادلة K - R20

$$R20 = \frac{5}{4}\left[1 - \frac{0.95}{1.21}\right]$$

$$= 0.27$$

لاحظ أن المعامل R20 ضعيف. مما يوضح لك أنه إذا كانت فقرات الاختبار سهلة جدا وحصل معظم الطلبة على إجابات صحيحة عليها كما هو الحا ل في المثا ل رقم: (9) فان معامل الثبات R20 تكون صغيرة.

### 6:5 معادلة كودر- ريتشاردسون K - R21،

ان استعمالك لمعادلة كودر – ريتشاردسون 20 تتطلب معرفة نسبة الاجابات الصحيحة عن كل فقرة من فقرات الاختبار. بمعنى أن معادلة كودر– ريتشاردسون 20 تتطلب معلومات عن صعوبة كل فقرة في الاختبار. فاذا لم يكن التغير في الصعوبة بين فقرات الاختبار كبيرا فيمكن تقريب ص × خ بمعرفة معلومات عن الوسط الحسابي أو المعدل في ذلك الاختبار مع معرفة عدد فقرات الاختبار (Mehrens &Lenhmann, 1978).

وقد معادلة كودر – ريتشاردسون لتبسيط ايجاد معامل الثبات عندما تكون فقرات الاختبار جميعها بنفس المستوى من الصعوبة. أي متعادلة الصعوبة. وذلك بأن تم تعديل معادلة كودر – ريتشاردسون 220 لتصبح على النحو التالي:

$$K - R21 : r_{xx} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\bar{X}(n-\bar{X})}{n S_x^2}\right]$$

حيث أن:

n = عدد فقرات أو أسئلة الاختبار

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي لإجابات المفحوصين

$S_x^2$ = تباين علامات المفحوصين

وهذه المعادلة سهلة التطبيق لأنها تتطلب معرفة ص×خ بل تتطلب معرفة الوسط الحسابي والتباين لنتائج الاختبار. إضافة إلى عدد فقرات ذلك الاختبار. مع أن من شروط استخدام هذه المعادلة تساوي فقرات أسئلة الاختبار في الصعوبة.

مثال (10):

في المثال السابق: رقم (9) احسب R21 من معادلة كودر – ريتشاردسون K- R21

الحل:

من المثا ل رقم: (9)

$\bar{X} = 3,7$

$S_x^2 = 1,21$

$n = 5$

إذا $R21 = \frac{5}{4} - 1 \frac{(3.7 - 5)}{1.21 \times 5}$





$$= \frac{5}{4}(0,2) = 0,25$$

مثال (11):

أجرى أحد المعلمين اختبارا مكونا من 10 فقرات (من نوع صح وخطأ) وكان الوسط لعلامات الطلبة في الاختبار 8 والتباين يساوي 0,5

احسب:

* معامل الثبات بحسب معادلة كودر – ريتشاردسون 120 على افتراض أن فقرات الاختبار متساوية في الصعوبة؟
* هل تستطيع حساب معامل ثبات كودر – ريتشاردسون 20 ؟

الحل :

$$K - R21 : r_{xx} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\bar{X}(n-\bar{X})}{n S_x^2}\right]$$

$$= 0.68 \times \frac{10}{9} = 0.76$$

* انك لا تستطيع إيجاد قيمة ر20 لأن نسبة الاجابات الصحيحة ص عن كل فقرة غير معلومة.

### 6، العوامل المؤثرة في ثبات الاختبار،

هناك عدد من العوامل التي تؤثر في ثبات نتائج الاختبار تتلخص في النقاط الرئيسية التالية :

#### 1:6 عدد أسئلة الاختبار،

حيث ترتفع القيمة العددية لمعامل الثبات تبعا لزيادة عدد أسئلة الاختبار. بمعنى أن معامل ثبات الاختبار الطويل أكبر من معامل ثبات نفس الاختبار عندما ينقص عدد أسئلته إلى النصف أو الثلث أو أية نسبة أخرى. وعلى سبيل المثا ل اذا أردنا أن نستخرج معامل الثبات بطريقة سبيرمان – براون) للجدول رقم (1) فان معامل الثبات سوف يرتفع من 0,637 الى 0,80.

#### 2:6 زمن الاختبار،

فثبات الاختبار يتأثر بالزمن المحدد له . وتشير الدراسات التي أجراها كل من لينكويست وكوك Lindguist & Cook الى أن معامل الثبات يزداد تبعا لزيادة الزمن المستغرق للاجابة على فقرات الاختبار حتى يصل الى الحد المناسب للاجابة على فقرات الاختبار فيصل الثبات الى نهايته العظمى ثم يقل الثبات تبعا لذلك كلما زاد الزمن عن ذلك الحد .

### 3:6 تباين قدرات المفحوصين:

معامل ثبات درجات الاختبار لمجموعة متجانسة من التلاميذ ينقص في قيمته العددية عن معامل ثبات درجات نفس الاختبار على مجموعة أخرى أقل تجانسا من المجموعة الأولى . فلو كان لدينا تلاميذ يتميزون جميعهم بمستوى مرتفع من التحصيل في فصل دراسي واحد وطبقنا عليهم الاختبار ، فان معامل ثبات درجاتهم سوف يكون أقل من درجات مجموعة أخرى من التلاميذ يتميزون بمستوى تحصيل متباين . وتفسير ذلك ، انه إذا كانت قدرات المفحوصين متقاربة ، فان درجاتهم تكون أقل انتشارا ، أي أكثر تقاربا مما كانت قدرات المفحوصين متباينة أو مختلفة اختلافا كبيرا .

### 4:6 مستوى قدرات المفحوصين:

يختلف مستوى قدرات المفحوصين من شعبة إلى شعبة أخرى، أو من فصل دراسي إلى فصل دراسي آخر. فقد يتضمن الفصل الدراسي الواحد تلاميذ يتميزون بمستوى مرتفع من الذكاء ومستوى تحصيل عا ل. بينما يتميز فصل دراسي آخر بمستوى منخفض من التحصيل وذكاء أقل. وبالتالي، فان ما يناسب تلاميذ الفصل الدراسي الأول من اختبارات سوف لا يناسب تلاميذ الفصل الآخر. مما يجعل درجات التلاميذ تنخفض في الفصل الدراسي الآخر.

### 5:6 التخمين:

فزيادة التخمين تنقص ثبات أي اختبار لأن الإجابة التي تعتمد على التخمين في المرة الأولى لإجراء الاختبار لا تعتمد على نفس هذا التخمين في المرات القادمة لإجراء ذلك الاختبار. وبذلك ، تضعف الصلة بين مرتي التطبيق للاختبار فتنخفض بذلك القيمة العددية لمعامل الثبات. وتختلف الاختبارات في مدى تأثيرها بالتخمين تبعا لنوعها . وتعتبر الاختبارات المتعلقة بنوع الاختيار من متعدد أكثر أنواع الاختبارات تأثرا بالتخمين. وعلى الفاحصين أن يدققوا في اختيار أسئلتهم ويصيغوها بعبارات تقلل من فرص التخمين بها ليصلوا بذلك إلى مستويات عالية من الثبات.

### 6:6 صياغة أسئلة الاختبار:

ذلك أن الأسئلة الغامضة، الخادعة، العاطفية، الطويلة تقلل من ثبات الاختبار. بينما الأسئلة الواضحة في صياغة فقراتها الموضوعية ، القصيرة تزيد من ثبات الاختبار. وعلى الباحث أن يصيغ أسئلته بعبارات واضحة تماما تحقق له الثبات الحقيقي المرجو.

### 7:6 مدى صعوبة الاختبار:

اذا تألف الاختبار من أسئلة سهلة جدا أو من أسئلة صعبة جدا . فان درجات التلاميذ عليه تكون متقاربة. وتقلل من الثبات. واذا ما أراد الباحث أن يزيد من ثبات اختباره . فان



عليه أن يؤلف الاختبار من أسئلة تتراوح في مدى صعوبتها بين (0,25 - 0,75) وأفضل الأسئلة كان مستوى صعوبته يساوي (0,50).

### 8:6 حالة التلميذ :

ويتأثر الثبات بالحالة التي يكون فيها التلميذ علميا وصحيا ونفسيا ومستوى تدربه على الموقف الاختباري عند أدائه الاختبار. وكلما كانت حالة التلميذ العلمية والصحية والنفسية عالية كلما زاد من معامل ثبات الاختبار.

### 7: تفسير معامل الثبات:

عزيزي القارىء: درست في الصفحات السابقة مفهوم الثبات وكيفية استخراجه والعوامل المؤثرة فيه. ومن خلا ل دراستك للثبات. فانك ولاشك قد كونت فكرة عن تفسير معامل الثبات عند استخراجه. ونحن هنا بصدد توضيح فكرة تفسير معامل الثبات مع الأخذ بعين الاعتبار للأمور الرئيسية التالية:

* يتحدد معامل الثبات بالطريقة التي يحسب بها والموقف الذي يجري فيه الاختبار. والعينة التي تأخذ الاختبار. وقد تم توضيح هذه النقطة لك في طرق حساب معامل الثبات وفي العوامل المؤثرة عليه.
* معامل الثبات هو تقدير للاتساق في علامات الاختبار ولا يدل على أسباب الاتساق أو عدمه.
* مع ان معامل الثبات المرتفع أمر مرغوب فيه. الا انه ليس هدفا في حد ذاته بل هو وسيلة للوصول الى غاية وهي الوقوف على مدى اتساق الاختبار وصدقه في قياس ما وضع له.
* من خلال المعادلات التي يحسب بها معامل الثبات يمكنك توضيح كثير من الأمور من أهمها:

### 1:7 الثبات باعتباره نسبة تباين العلامة الحقيقية الى تباين العلامة الملاحظة:

وكما مر معك في السابق من أن:

$$r_{xx} = \frac{S_T^2}{S_x^2}$$

فان هذا يعني أنه اذا كان رث ث كبيرا ( قريبا من الواحد صحيح) فان تباين العلامات الحقيقية يكون قريبا من تباين العلامات الملاحظة. وبالتالي، يكون تباين الأخطاء صغيرا.

### 2:7 الثبات باعتباره معامل ارتباط بين قياسات:

وكلما كبر معامل الارتباط زاد اتساق الاختبار في قياس ما صمم لقياسه. وعليك بمراجعة طرق حساب معامل الثبات لتتعرف على كيفية الحصول على مجموعة من القياسات التي يحسب معامل الارتباط بالاعتماد عليها.

$$r^2 = \frac{1}{n}[\sum E^2]$$

$$= \frac{242}{12} = 20.17$$

وكما نلاحظ في هذا المثا ل ، فان العلامة الملاحظة هي التي تكون معلومة. وهي تتضمن الخطأ في القياس المرتبط بها كما أشرنا في المعادلة:

$$X = T + E$$

إن الخطأ في القياس يتصف بالخواص التالية :

* E متغير عشوائي، وهذا يعني أن الأخطاء لا تعرف قيمها مسبقا وهي لا تسير وفق نموذج منتظم. ولكن الأخطاء موجبة أحيانا وبالتالي تكون في صالح الطالب. وتكون أحيانا أخرى سالبة فتكون ضد الطالب

* مجموع E= صفر لأن مجموع الأخطاء في القياس للطالب الواحد في عدد من الامتحانات هو مجموع انحرافات العلامات الملاحظة عن العلامة الحقيقية وهذا يساوي صفرا .

* تباين الأخطاء في عدد من الاختبارات للفرد الواحد يساوي تباين علاماته الملاحظة في تلك الامتحانات . وبالتالي فان تباين Eلا يتأثر بالعلامة ق فالأخطاء هي قيم لمتغير عشوائي والعلامة ق ثابت .

* الأخطاء في صورتين للاختبار أو في اختبارين مختلفين غير مرتبطة بعضها مع بعض وفي الحقيقة فان الأخطاء مستقلة عن بعضها بعضا. ويعرف معامل الثبات بنسبة تباين العلامات الحقيقية إلى تباين العلامات الملاحظة، أي:

$$\text{معامل الثبات} = r_{xx} = \frac{S^2_T}{S^2_x}$$

حيث $S^2_E$ = تباين العلامة الحقيقية $S^2_x$ = تباين العلامات الملاحظة .

وبالرجوع الى $X = T + E$ ، وحقيقة أن T , E مستقلان عن بعضهما بعضا فان :

$$S^2_x = S^2_T = S^2_E$$

مثال: (2)

كانت العلامات الحقيقية والعلامات المشاهدة لخمسة طلاب كما في الجدول رقم: 5 - 3 . أوجد أخطاء القياس ثم أوجد معامل الثبات :





الجدول: 5 - 3

| رقم الطالب | العلامة الحقيقية | العلامة الملاحظة | أخطاء القياس |
|---|---|---|---|
| 1 | 36 | 32 | 4- |
| 2 | 18 | 20 | 25 |
| 3 | 20 | 34 | 4+ |
| 4 | 42 | 44 | 2+ |
| 5 | 24 | 20 | 4- |
| المجموع | 150 | 150 | 0 |

الحل :

في العمود الرابع تسجل أخطاء القياس حيث:

$$E = X = T$$

ونجد المجاميع ونسجلها، ونجد الأوساط الحسابية:

$$E = 0$$

$$\overline{T} = \frac{150}{5} = 30$$

$$\overline{X} = \frac{150}{5} = 30$$

ثم نحسب التباينات من المعادلة المعروفة:

$$S^2 = \frac{1}{n}[X^2 - n\overline{X}^2]$$

فنحصل على:

$$S^2_T = \frac{1}{5}[36^2 + 15^2 + 30^2 + 42^2 + 24^2) - 5 \times 30^2]$$

$$= 72$$

$$S^2_x = \frac{1}{5}[32^2 + 20^2 + 24^2 + 44^2 + 20^2) - 5 \times 30^2]$$

$$= 83.2$$

$$S_E = \sqrt{11.2}$$

$$S_E^2 = \frac{1}{5}[(-4)^2 + (2)^2 + (4)^2 + (2)^2 + (-4^2) - 5 \times 0]$$

$$= 11.2$$

معامل الثبات r يساوي :

$$r_{xx} = \frac{S_T^2}{S_x^2} = \frac{72}{83.2} = 0.865$$

في معظم الحالات العملية للقياس تكون العلامات الملاحظة هي المعلومات الوحيدة المتوفرة عن المفحوصين، أما علاماتهم الحقيقية وأخطاء القياسات المتعلقة بها فلا تكون معلومة.

ولكن اذا علم تباين العلامات الملاحظة أو انحرافها المعياري. وعلم معامل الثبات ، فان الانحراف المعياري للأخطاء يمكن تقديره، وهذه الكمية تسمى " الخطأ المعياري للقياس" .

**تعريف (2)**

الخطأ المعياري للقياس هو الانحراف المعياري للأخطاء E.

ويحسب الخطأ المعياري للقياس كما يلي :

من المعادلتين:

$$S^2 = S^2 = S^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$r = \frac{S_T^2}{S_x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بتعويض $S^2_T$ من (1) في (2) نجد أن:

$$r = \frac{S_x^2 - S_T^2}{S_x^2}$$

ومنه:

$$S_E^2 = S_x^2 (1 - r)$$

إذاً :

$$S_E = S_x \sqrt{(1 - r)}$$

ففي المثا ل (2) إذا لم نحسب $S^2_E$ مباشرة ، نستطيع إيجادها من المعادلة أعلاه.

$$S_E = \sqrt{83.2}\ \sqrt{1-0.865} = 3.35$$

وهو كما حصل عليه من الحساب المباشر.

إن المعادلة $Se = Sx \sqrt{(1 - r)}$ توضح العلاقة بين الخطأ المعياري للقياس ومعامل الثبات. فكلما زادت قيمة معامل الثبات قل الخطأ المعياري للقياس. أي أن العلاقة بينهما عكسية.

### 5 . طرق حساب معامل الثبات :

يوجد عدد من الطرق لحساب قيمة معامل الثبات لاختبار معين. يستعمل في بعض هذه





الطرق تطبيق الاختبار مرة واحدة وفي بعضها يتم التطبيق مرتين.

بما ان التباين للعلامات الحقيقية لا يكون معلوما. فمن الناحية العملية. لا نستطيع حساب معامل الثبات كنسبة تباين العلامات الحقيقية إلى تباين العلامات الملاحظة :

$$r = \frac{S^2}{S_x^2}$$

ولذلك لا بد من استعما ل طرق أخرى لحساب معامل الثبات ومنها.

### 1:5 طريقة إعادة الاختبار Test -Retest Method

ان من أسهل الطرق للحصول على قياسات متكررة للمجموعة ذاتها من الأفراد ولقياس السمة ذاتها ( أو المقدرة ذاتها ) هو تطبيق الاختبار نفسه مرتين تزودنا هذه الطريقة بعلامتين لكل مفحوص. ان معامل الارتباط بين العلامات المحصلة في الجلسة الأولى للاختبار وتلك المحصلة في الجلسة الثانية له هو معامل ثبات الاختبار وإعادة الاختبار ومعامل الثبات في هذه الحالة هو معامل الاستقرار (Ebel, 1972).

إن عيوب هذه الطريقة. هو أن الاختبار نفسه يطبق أكثر من مرة على التلاميذ أنفسهم فيألف التلاميذ الاختبار. وتصبح لديهم فكرة عامة عنه وخبرة به. بالرغم من اختلاف التلاميذ أنفسهم في مدى اكتساب كل منهم للخبرة الجديدة مما يجعل بعض التلاميذ يكتبون أجوبتهم السابقة دون تفكير. خاصة إذا كانت الفترة الزمنية بين مرتي التطبيق قصيرة بحيث لا تؤثر هذه الفترة على عامل النسيان عندهم(Grunlund, 1977).

**مثال:(3)**

أجرى اختبار مكون من 20 سؤالا لعينة حجمها 12 طالبا وسجلت علاماتهم (س1) ، وبعد مدة زمنية مقدارها شهران أعيد الاختبار نفسه لمجموعة الطلبة ذاتها ن تحت ظروف مشابهة لظروف الإجراء الأول ، وسجلت علامات الطلب ($X_2$) وكانت العلامات كما في الجدول (5.4). احسب معامل الاستقرار (أي معامل ثبات الاختبار وإعادة الاختبار):

**جدول رقم: 5 : 4**

| الرقم المتسلسل | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | 13 | 10 | 9 | 15 | 14 | 10 | 11 | 12 | 9 | 8 | 10 | 11 |
| $X_1$ | 15 | 9 | 10 | 14 | 13 | 11 | 11 | 13 | 11 | 9 | 14 | 12 |

الحل : نرتب خطوات الحل كما في الجدول (5.5)

| $X_1$ | $X_2$ | $X_1 X_2$ | $X_1^2$ | $X_2^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 13 | 15 | 195 | 169 | 225 |
| 10 | 9 | 90 | 100 | 81 |
| 9 | 10 | 90 | 81 | 100 |
| 15 | 14 | 210 | 225 | 196 |
| 14 | 13 | 182 | 196 | 169 |
| 10 | 11 | 110 | 100 | 121 |
| 11 | 13 | 142 | 121 | 169 |
| 12 | 13 | 165 | 144 | 169 |
| 8 | 11 | 88 | 64 | 121 |
| 9 | 9 | 81 | 81 | 81 |
| 10 | 14 | 140 | 100 | 196 |
| 11 | 12 | 132 | 121 | 144 |
| 132 | 144 | 1617 | 1502 | 1772 |

* لاحظ أنك تحتاج لحساب معامل ثبات الاختبار إلى المقادير التالية:

$$\sum X_1 X_2, \sum X_1^2, \sum X_2^2, \bar{X}_1, \bar{X}_2$$

وعليه فإن :

قيمة $\bar{X}_1 = \frac{132}{12} = 11$

قيمة $\bar{X}_2 = \frac{144}{12} = 12$

أما بقية المقادير فهي محسوبة في الجدول : 5 / 5 وهي :

$$\sum X_1 X_2 = 1617$$

$$\sum X_1^2 = 1502$$

$$\sum X_2^2 = 1772$$

* وبتطبيق القانون :

$$r = \frac{\sum X_1 X_2 - n X_1 X_2}{\sqrt{\sum X_1^2 - n \bar{X}_1^2}\sqrt{\sum X_2^2 - n \bar{X}_2^2}}$$

والتعويض عن هذه المقادير المحسوبة نجد أن :





$$= \frac{1617 - 12X11\ X12}{\sqrt{1502 - 12\ (11)^2}\sqrt{1772 - 12\ (12)^2}}$$

$$= \frac{1617 - 1584}{\sqrt{1772 - 1728}\sqrt{1502 - 1452}}$$

$$= \frac{33}{\sqrt{44}\sqrt{50}} = 0.70$$

### 2:5 طريقة الصور المتكافئة :

إذا أعدت صورتان متوازيتان (نموذجان متوازيان لاختبار ما بحيث يكون من المحتمل أن العلامات في هذين النموذجين تكون متكافئة، واذا أعطي كل طالب في المجموعة هذين النموذجين، فان الارتباط بين العلامات المحصلة من النموذجين يكون تقديرا للثبات. ومعامل الثبات في هذه الحالة هو معامل التكافؤ، ان من أهم الاعتراضات والنواقص على هذه الطريقة ان معظم اختبارات التحصيل التربوي، وخاصة تلك المجهزة للاستعمال في المواقف الصفية تكون نموذج أو صورة واحدة. ولا تكون الصور المتوازية للاختبار في متناول اليد دائما. وحتى اذا وجدت الصور المتوازية للاختبار فكثيرا ما يعترض الطلبة للجلوس للاختبارات المتشابهة لغرض حساب معامل الثبات فقط (Ebel, 1972).

مثال ( ) :

أجرى اختبار مكون من صورتين متكافئتين في كل منهما 18 سؤالاً على عينة من 16 طالباً في الوقت نفسه فكانت علامات الطلبة كما في الجدول 5 : 6

| رقم الطلب | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الصورة $X_a$ | 8 | 9 | 7 | 5 | 6 | 7 | 8 | 6 | 7 | 9 | 8 | 6 | 5 | 4 | 9 | 8 |
| $X_b$ | 9 | 8 | 6 | 6 | 5 | 6 | 8 | 7 | 6 | 8 | 5 | 6 | 7 | 4 | 6 | 7 |

الحل : احسب معامل ثبات الصور المتكافئة ؟

معامل ثبات الصور المتكافئة هو معامل الارتباط بين العلامات $X_a$ , $X_b$ ونحسب بالطريقة المعروفة كما درست في وحدة المفاهيم الاحصائية.

* رتب خطوات الحل كما في الجدول : 7 . 5

* لاحظ أنك تحتاج في حساب معامل ثبات الصور المتكافئة ra.b إلى المقادير التالية :

$$\sum X_a X_b, \sum X^2, \sum X^2, X_a, X_b, n$$