**مقاييس النزعة المركزية**

Central Tendency

**1 مقدمة**

في كثير من النواحي التطبيقية يكون الباحث في حاجة إلى حساب بعض المؤشرات التي يمكن الاعتماد عليها في وصف الظاهرة من حيث القيمة التي تتوسط القيم أو تنزع إليها القيم ، ومن حيث التعرف على مدى تجانس القيم التي يأخذها المتغير، وأيضا ما إذا كان هناك قيم شاذة أم لا . والاعتماد على العرض البياني وحدة لا يكفى ، ولذا يتناول هذا الفصل، والذي يليه عرض بعض المقاييس الإحصائية التي يمكن من خلالها التعرف على خصائص الظاهرة محل البحث، وكذلك إمكانية مقارنة ظاهرتين أو أكثر ، ومن أهم هذه المقاييس ، مقاييس النزعة المركزية والتشتت .

**2 مقاييس النزعة المركزية**

 تسمى مقاييس النزعة المركزية بمقاييس الموضع أو المتوسطات ، وهى القيم التى تتركز القيم حولها ، ومن هذه المقاييس ، الوسط الحسابي ، والمنوال ، والوسيط ، والوسط الهندسي ، والوسط التوافقي ، والرباعيات ، والمئينات ، وفيما يلي عرض لأهم هذه المقاييس

**3 الوسط الحسابي** Arithmetic Mean

 من أهم مقاييس النزعة المركزية ، وأكثرها استخداما في النواحي التطبيقية ، ويمكن حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة ، كما يلي :

**أولا: الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة**

 يعرف الوسط الحسابي بشكل عام على أنه مجموع القيم مقسوما على عددها . فإذا كان لدينا n من القيم ، ويرمز لها بالرمز :  .

فإن الوسط الحسابي لهذه القيم ، ونرمز له بالرمز  يحسب بالمعادلة التالية :



حيث يدل الرمز  على المجموع .

مثـال (3-1)

 فيما يلي درجات 8 طلاب في مقرر 122 إحصاء تطبيقي .

34 32 42 37 35 40 36 40

 والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الامتحان .

الحـل

لإيجاد الوسط الحسابي للدرجات تطبق المعادلة رقم (3-1) كما يلي:



أي أن الوسط الحسابي لدرجة الطالب في اختبار مقرر 122 إحص يساوي 37 درجة

**ثانيا: الوسط الحسابي للبيانات المبوبة**

 من المعلوم أن القيم الأصلية ، لا يمكن معرفتها من جدول التوزيع التكراري ، حيث أن هذه القيم موضوعة في شكل فئات ، ولذا يتم التعبير عن كل قيمة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة ، ومن ثم يؤخذ في الاعتبار أن مركز الفئة هو القيمة التقديرية لكل مفردة تقع في هذه الفئة.

فإذا كانت k هي عدد الفئات ، وكانت  هي مراكز هذه الفئات،  هي التكرارات ، فإن الوسط الحسابي يحسب بالمعادلة التالية:



مثـال (3-2)

 الجدول التالي يعرض توزيع 40 تلميذ حسب أوزانهم .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| فئات الوزن | 32-34 | 34-36 | 36-38 | 38-40 | 40-42 | 42-44 |
| عدد التلاميذ | 4 | 7 | 13 | 10 | 5 | 1 |

والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي.

الحــل

لحساب الوسط الحسابي باستخدام المعادلة رقم (3-2) يتم إتباع الخطوات التالية :

1. إيجاد مجموع التكرارات  . 2- حساب مراكز الفئات  .
2. ضرب مركز الفئة في التكرار المناظر له ، وحساب المجموع 
3. حساب الوسط الحسابي بتطبيق المعادلة رقم (3-2) .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | مراكز الفئات  | التكرارات  | فئات الوزن(C ) |
| 433=132 | (32+34)2=33 | 4 | 32-34 |
| 735=245 | 35 | 7 | 34-36 |
| 1337=481 | 37 | 13 | 36-38 |
| 1039=390 | 39 | 10 | 38-40 |
| 541=205 | 41 | 5 | 40-42 |
| 143=43 | 43 | 1 | 42-44 |
| 1496 |  | 40 | المجموع |

إذا الوسط الحسابي لوزن التلميذ هو :



 أي أن متوسط وزن التلميذ يساوي 37.4 k.g

**خصائص الوسط الحسابي**

يتصف الوسط الحسابي بعدد من الخصائص ، ومن هذه الخصائص ما يلي :

1. الوسط الحسابي للمقدار الثابت يساوى الثابت نفسه ، أي أنه إذا كانت قيم  هي :  ، فإن الوسط الحسابي هو:



ومثال على ذلك ، لو اخترنا مجموعة من 5 طلاب ، ووجدنا أن كل طالب وزنه 63 كيلوجرام ، فإن متوسط وزن الطالب في هذه المجموعة هو :



1. مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوى صفرا ، ويعبر عن هذه الخاصية بالمعادلة .



ويمكن التحقق من هذه الخاصية باستخدام بيانات مثال (3-1) ، نجد أن درجات الطلاب هي : 34, 32, 42, 37, 35, 40, 36, 40 ، والوسط الحسابي للدرجة هو  ، إذا :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 296 | 40 | 36 | 40 | 35 | 37 | 42 | 32 | 34 |  |
| 0 | 40-37 | 36-37 | 40-37 | 35-37 | 37-37 | 42-37 | 32-37 | 34-37 |  |
| 3 | -1 | 3 | -2 | 0 | 5 | -5 | -3 |

أي أن : 

1. إذا أضيف مقدار ثابت إلى كل قيمة من القيم ، فإن الوسط الحسابي للقيم المعدلة (بعد الإضافة) يساوى الوسط الحسابي للقيم الأصلية (قبل الإضافة) مضافا إليها هذا المقدار الثابت . فإذا كانت القيم هي :  ، وتم إضافة مقدار ثابت (a) إلى كل قيمة من القيم ، ونرمز للقيم الجديدة بالرمز  ، أي أن  ، فإن : الوسط الحسابي لقيم (القيم بعد الإضافة) هو:



 حيث أن  هو الوسط الحسابي للقيم الجديدة ، ويمكن التحقق من هذه الخاصية باستخدام بيانات مثال رقم (3-1) .

 إذا قرر المصحح إضافة5 درجات لكل طالب ، فإن الوسط الحسابي للدرجات المعدلة يصبح قيمته {(37+5)=42} ، والجدول التالي يبين ذلك .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 296 | 40 | 36 | 40 | 35 | 37 | 42 | 32 | 34 |  |
| 336 | 40+5 | 36+5 | 40+5 | 35+5 | 37+5 | 42+5 | 32+5 | 34+5 |  |
| 45 | 41 | 45 | 40 | 42 | 47 | 37 | 39 |

نجد أن مجموع القيم الجديدة هو :  ، ومن ثم يكون الوسط الحسابي للقيم الجديدة هو



1. إذا ضرب مقدار ثابت (a) في كل قيمة من القيم ، فإن الوسط الحسابي للقيم المعدلة (القيم الناتجة بعد الضرب) يساوى الوسط الحسابي للقيم الأصلية (القيم بعد التعديل) مضروبا في هذا المقدار الثابت . أى أنه إذا كان :  ، ويكون الوسط الحسابي للقيم الجديدة  هو :



ويمكن للطالب أن يتحقق من هذه الخاصية باستخدام نفس بيانات المثال السابق . فإذا كان تصحيح الدرجة من 50 ، وقرر المصحح أن يجعل التصحيح من 100 درجة ، بمعنى أنه سوف يضرب كل درجة في قيمة ثابتة (a=2) ، ويصبح الوسط الحسابي الجديد هو : 

1. مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن ، أي أن:



وفي المثال السابق فإن : لجميع قيم 

**ثالثا: الوسط الحسابي المرجح**

 في بعض الأحيان يكون لكل قيمة من قيم المتغير أهمية نسبية تسمى أوزن ، أو ترجيحات ، وعدم أخذ هذه الأوزان في الاعتبار عند حساب الوسط الحسابي ، تكون القيمة المعبرة عن الوسط الحسابي غير دقيقة ، فمثلا لو أخذنا خمسة طلاب ، وسجلنا درجات هؤلاء الطلاب في مقرر الإحصاء التطبيقي ، وعدد ساعات الاستذكار في الأسبوع .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| sum | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | مسلسل |
| 173 | 46 | 28 | 36 | 40 | 23 |  ( الدرجة) |
|  | 4 | 2 | 3 | 3 | 1 |  ( عدد ساعات الاستذكار ) |

نجد أن الوسط الحسابي غير المرجح للدرجة الحاصل عليها الطالب هي :



وإذا أردنا أن نحسب الوسط الحسابي للدرجات  المرجحة بعدد ساعات الاستذكار  ، يتم تطبيق المعادلة التالية :



وهذا الوسط المرجح أكثر دقة من الوسط الحسابي غير المرجح .

إذا الوسط الحسابي المرجح  يحسب بتطبيق المعادلة التالية :



**مزايا وعيوب الوسط الحسابي**

 يتميز الوسط الحسابي بالمزايا التالية :

* أنه سهل الحساب .
* يأخذ في الاعتبار كل القيم .
* أنه أكثر المقاييس استخداما وفهما .

ومن عيوبه .

* أنه يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة .
* يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية .
* يصعب حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة .

**3/2/2 الوسيط** Median

هو أحد مقاييس النزعة المركزية، والذي يأخذ في الاعتبار رتب القيم ، ويعرف الوسيط بأنه القيمة التي يقل عنها نصف عدد القيم  ، ويزيد عنها النصف الآخر، أي أن 50% من القيم أقل منه، 50% من القيم أعلى منه. وفيما يلي كيفية حساب الوسيط في حالة البيانات غير مبوبة ، والبيانات المبوبة.

**أولا: الوسيط للبيانات غير المبوبة**

 لبيان كيف يمكن حساب الوسيط للبيانات غير المبوبة ، نتبع الخطوات التالية:

* ترتب القيم تصاعديا .
* تحديد رتبة الوسيط، وهي : رتبة الوسيط = 
* إذا كان عدد القيم *(n)* فردي فإن الوسيط هو:



* إذا كان عدد القيم  زوجي، فإن الوسيط يقع بين القيمة رقم ، والقيمة رقم ، ومن ثم يحسب الوسيط بتطبيق المعادلة التالي:



مثـال (3-3)

تم تقسيم قطعة أرض زراعية إلى 17 وحدة تجريبية متشابهة ، وتم زراعتها بمحصول القمح ، وتم استخدام نوعين من التسميد هما : النوع (a) وجرب على 7 وحدات تجريبية ، والنوع (b) وجرب على 10 وحدات تجريبية ، وبعد انتهاء الموسم الزراعي ، تم تسجيل إنتاجية الوحدة بالطن / هكتار ، وكانت على النحو التالي :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 1.5 | 2.3 | 3 | 2 | 3.25 | 2.75 | 1.2 | النوع (a)  |
| 3 | 2.5 | 4 | 1.5 | 2.5 | 2 | 3.75 | 3.5 | 1.8 | 4.5 | النوع (b) |

والمطلوب حساب وسيط الإنتاج لكل نوع من السماد المستخدم، ثم قارن بينها.

الحـل

أولا : حساب وسيط الإنتاج للنوع الأول (a)

* ترتيب القيم تصاعديا :



* عدد القيم فردى 
* إذا رتبة الوسيط هي:  .
* ويكون الوسيط هو القيمة رقم 4 ، أي أن وسيط الإنتاج للنوع a هو:

 طن / هكتار 

ثانيا : حساب وسيط الإنتاج للنوع الثاني (b) :

* ترتيب القيم تصاعديا .



* عدد القيم زوجي  إذا
* رتبة الوسيط هي : .
* الوسيط = الوسط الحسابي للقيمتين الواقعتين في المنتصف (رقم 5 ،6 ) .

طن / هكتار 

 وبمقارنة النوعين من السماد ، نجد أن وسيط إنتاجية النوع (a) أقل من وسيط إنتاجية النوع (b) ، أي أن :  .

**ثانيا: الوسيط للبيانات المبوبة**

 لحساب الوسيط من بيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري ، يتم إتباع الخطوات التالية .

* تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد .
* تحديد رتبة الوسيط : 
* تحديد فئة الوسيط كما في الشكل التالي :

|  |  |
| --- | --- |
| تكرار متجمع صاعد سابق  | الحد الأدنى لفئة الوسيط  |
| رتبة الوسيط  | الوسيط Med |
| تكرار متجمع صاعد لاحق  | الحد الأعلى لفئة الوسيط |

* ويحسب الوسيط ، بتطبيق المعادلة .



حيث أن :

  هي طول فئة الوسيط، وتحسب بالمعادلة التالية:

 طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى

 *L = Upper – Lower*

مثال (3-4)

فيما يلي توزيع 50 عجل متوسط الحجم ، حسب احتياجاته اليومية من الغذاء الجاف بالكيلوجرام

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 13.5 – 16.5 | 10.5 -  | 7.5 -  | 4.5 -  | 1.5 -  | فئات الاحتياجات اليومية |
| 5 | 10 | 19 | 12 | 4 | عدد العجول  |

والمطلوب : حساب الوسيط : أ - حسابيا ب- بيانيا

الحـل

 أولا : حساب الوسيط حسابيا

* رتبة الوسيط : 
* الجدول التكراري المتجمع الصاعد :



* تحديد فئة الوسيط : وهى الفئة التي تشمل قيمة الوسيط ، وهي قيمة أقل منها  من القيم ، ويمكن معرفتها بتحديد التكرارين المتجمعين الصاعدين الذين يقع بينهما رتبة الوسيط  ، وفى الجدول أعلاه نجد أن رتبة الوسيط (25) تقع بين التكرارين المتجمعين (35 , 16) ، ويكون الحد الأدنى لفئة الوسيط هو المناظر للتكرار المتجمع الصاعد السابق 7.5 ، والحد الأعلى لفئة الوسيط هو المناظر للتكرار المتجمع الصاعد اللاحق 10.5 . أى أن فئة الوسيط هي : (7.5-10.5) .
* وبتطبيق معادلة الوسيط رقم (3-11) على هذا المثال نجد أن :



إذا الوسيط قيمته هي :



ثانيا :حساب الوسيط بيانيا

* تمثيل جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد بيانيا .



* تحديد رتبة الوسيط (25) على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد . ثم رسم خط مستقيم أفقي حتى يلقى المنحنى في النقطة (a) .
* إسقاط عمود رأسي من النقطة (a) على المحور الأفقي .
* نقطة تقاطع الخط الرأسي مع المحور الأفقي تعطى قيمة الوسيط .
* الوسيط كما هو مبين في الشكل Med = 8.6 .

**مزايا وعيوب الوسيط**

من مزايا الوسيط

1. لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة .
2. كما أنه سهل في الحساب .
3. مجموع قيم الانحرافات المطلقة عن الوسيط أقل من مجموع الانحرافات المطلقة عن أي قيم أخرى . أي أن : 

ومن عيوب الوسيط

1. أنه لا يأخذ عند حسابه كل القيم في الاعتبار، فهو يعتمد على قيمة أو قيمتين فقط .
2. يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية المقاسة بمعيار اسمي nominal

**3/2/3 المنوال** Mode

 يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا ، ويكثر استخدامه في حالة البيانات الوصفية ، لمعرفة النمط ( المستوى ) الشائع، ويمكن حسابة للبيانات المبوبة وغير المبوبة كما يلي:

أولا: حساب المنوال في حالة البيانات غير المبوبة



ثانيا: حساب المنوال في حالة البيانات المبوبة (طريقة الفروق)



حيث أن :

A : الحد الأدنى لفئة المنوال (الفئة المناظرة لأكبر تكرار) .

 : الفرق الأول = (تكرار فئة المنوال – تكرار سابق)

 : الفرق الثاني = ( تكرار فئة المنوال – تكرار لاحق)

 : طول فئة المنوال .

 فئــة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار



مثـال (3-5)

 اختيرت عينات عشوائية من طلاب بعض أقسام كلية علوم الأغذية والزراعة ، وتم رصد درجات هؤلاء الطلاب في مقرر 122 إحصاء التطبيقي ، وكانت النتائج كالتالي:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 67 | 58 | 70 | 65 | 77 | 77 | 77 | 75 | 77 | 80 | قسم وقاية النباتات |
| 90 | 95 | 85 | 77 | 65 | 93 | 75 | 60 | 68 | 88 | قسم علوم الأغذية |
| 80 | 86 | 65 | 76 | 88 | 65 | 80 | 69 | 65 | 80 | قسم الاقتصاد |
| 85 | 72 | 73 | 69 | 69 | 73 | 85 | 69 | 73 | 85 | قسم الإنتاج الحيواني |

والمطلوب حساب منوال الدرجات لكل قسم من الأقسام :

الحـل

هذه البيانات غير مبوبة ، لذا فإن :

المنوال = القيمة الأكثر تكرارا

والجدول التالي يبين منوال الدرجة لكل قسم من الأقسام .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| القيمة المنوالية  | القيمة الأكثر تكرار  | القسم |
| المنوال = 77 درجة | الدرجة 77 تكررت 4 مرات  | قسم وقاية النباتات |
| لا يوجد منوال | جميع القيم ليس لها تكرار | قسم علوم الأغذية |
| يوجد منوالان هما : المنوال الأول = 65 المنوال الثاني = 80 | الدرجة 65 تكررت 3 مرات الدرجة 80 تكررت3 مرات  | قسم الاقتصاد |
| يوجد ثلاث منوال هي : المنوال الأول = 69 المنوال الثاني = 73 المنوال الثالث = 85 | الدرجة 69 تكررت 3 مرات الدرجة 73 تكررت3 مراتالدرجة 85 تكررت3 مرات | قسم الإنتاج الحيواني |

مثال (3-6)

فيما يلي توزيع 30 أسرة حسب الإنفاق الاستهلاكي الشهري لها بالألف ريال .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14 - 17 | 11 -  | 8 -  | 5 -  | 2 -  | فئات الإنفاق  |
| 4 | 5 | 10 | 7 | 4 | عدد الأسر  |

والمطلوب حساب منوال الإنفاق الشهري للأسرة، باستخدام طريقة الفروق .

الحل

لحساب المنوال لهذه البيانات يتم استخدام المعادلة رقم (3-12) ، ويتم إتباع الآتي :

* تحديد الفئة المنوالية

الفئة المنوالية هي الفئة المناظرة لأكبر تكرار : (8-11)



* حساب الفروق  ، حيث أن :



* تحديد الحد الأدنى للفئة المنوالية  ، وكذلك طول الفئة 
* وبتطبيق المعادلة الخاصة بحساب المنوال فى حالة البيانات المبوبة . نجد أن :



**3/3 استخدام مقاييس النزعة المركزية في تحديد شكل**

 **توزيع البيانات**

 يمكن استخدام الوسط الحسابي والوسيط والمنوال في وصف المنحنى التكراري، والذي يعبر عن شكل توزيع البيانات ، كما يلي :

شكل (3-1)



* يكون المنحنى متماثل إذا كان :

الوسط = الوسيط = المنوال .

* يكون المنحنى موجب الالتواء (ملتوي جهة اليمين ) إذا كان:

الوسط > الوسيط > المنوال

* يكون المنحنى سالب الالتواء (ملتوي جهة اليسار) إذا كان :

الوسط < الوسيط < المنوال

مثال عام (3-7)

قام مدير مراقبة الإنتاج بسحب عينة من 10 عبوات من المياه المعبأة للشرب ، ذات الحجم 5 لتر ، والمنتجة بواسطة إحدى شركات تعبئة المياه لفحص كمية الأملاح الذائبة، وكانت كالتالي :

115 123 119 123 124 119 123 121 123 121

والمطلوب : حساب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، ثم حدد شكل الالتواء لهذه البيانات .

الحل

حساب الوسط الحسابي :



* حساب الوسيط :

رتبة الوسيط : 

ترتيب القيم تصاعديا



 عدد القيم = 10 ، وهو عدد زوجي. الوسيط = الوسط الحسابي للقيمتين رقم (6 , 5 )



* حساب المنوال :

المنوال يساوى القيمة الأكثر تكرارا: القيمة 123 تكررت أكثر من غيرها ، إذا



وبمقارنة الوسط والوسيط و المنوال نجد أن :



نجد أن : الوسط < الوسيط < المنوال ، إذا توزيع بيانات كمية الأملاح سالبة الالتواء.

مثال (3-8)

 الجدول التكراري التالي يعرض توزيع 100 عامل في مزرعة حسب الأجر اليومي بالريال .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 170 - 190 | 150 -  | 130 -  | 110 -  | 90 -  | 70 -  | 50 -  | **الأجر**  |
| 6 | 8 | 15 | 20 | 28 | 15 | 8 | **عدد العمال**  |

والمطلوب :

* حساب الوسط والوسيط والمنوال .
* بيان شكل توزيع الأجور في هذه المزرعة .

الحل

* حساب الوسط والوسيط والمنوال .

أولا : الوسط الحسابي 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| f x | مراكز الفئات (x ) | التكرارات ( f ) | فئات الأجر |
| 480 | 60 | 8 |  50 – 70 |
| 1200 | 80 | 15 |  70 – 90  |
| 2800 | 100 | 28 |  90 – 110 |
| 2400 | 120 | 20 | 110 - 130  |
| 2100 | 140 | 15 | 130 - 150 |
| 1280 | 160 | 8 | 150 – 170 |
| 1080 | 180 | 6 | 170 - 190 |
| 11340 |  | 100 | المجموع |



ثانيا : الوسيط 

 رتبة الوسيط : (n/2 =100/2 =50)

تكوين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | تكرار متجمع صاعد  | أقل من  |
|  |  | 0  | أقل من 50 |
|  |  | 8  | أقل من 70 |
|  | رتبة الوسيط (50 ) |  23 | أقل من 90 |
|  |  51 | أقل من 110 |
|  |  | 71  | أقل من 130 |
|  |  | 86  | أقل من 150 |
|  |  | 94  | أقل من 170 |
|  |  | 100  | أقل من 190 |

 من الجدول أعلاه نجد أن :



 إذا الوسيط قيمته هى :



ثالثا : المنوال 

الفئة المنوالية ، هى الفئة المناظرة لأكبر تكرار

 أكبر تكرار =28 ، وهو يناظر الفئة التقريبية (90 - 110) .

حساب الفروق : 

الحد الأدنى للفئة :  طول الفئة : 

إذا المنوال يحسب بتطبيق المعادلة التالية :



* بيان شكل التوزيع .

 من النتائج السابقة ، نجد أن :

 الوسط الحسابي :  الوسيط : المنوال :

أى أن : الوسط > الوسيط > المنوال إذا توزيع بيانات الأجور موجب الالتواء. كما هو مبين في الشكل التالي:



3/4 الرباعيات Quartiles

 عند تقسيم القيم إلى أربع أجزاء متساوية، يوجد ثلاث إحصاءات ترتيبي تسمى بالرباعيات، وهي:

* الربيع الأول: وهو القيمة التي يقل عنها ربع عدد القيم، أي يقل عنها 25% من القيم، ويرمز له بالرمز .
* الربيع الثاني: وهو القيمة التي يقل عنها نصف عدد القيم، أي يقل عنها 50% من القيم، ويرمز له بالرمز ، ومن ثم يعبر هذا الربيع عن الوسيط.
* الربيع الثالث: وهو القيمة التي يقل عنها ثلاث أرباع عدد القيم، أي يقل عنها 75% من القيم، ويرمز له بالرمز .

والشكل (3-3) يبين أماكن الرباعيات الثلاث.

شكل (3-3)

الرباعيات



ولحساب أي من الرباعيات الثلاث، يتم إتباع الآتي:

* بفرض أن عدد القيم عددها *n*، وأنها مرتبة كالتالي:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ***X(n)*** | ***<*** |  |  | ***X(3)*** | ***<*** | ***X(2)*** | ***<*** | ***X(1)*** |  **القيم مرتبة:** |
| *n* |  |  |  | *3* |  | *2* |  | *1* | **: الرتبة** |

* تحديد رتبة الرباعي رقم ، :  
* إذا كانت  عددا صحيحا فإن قيمة الربيع هو: *Qi =* ***X(R)***.
* إذا كانت  عدد كسري، فإن الرباعي  يقع في المدى :  ***X(u)*** *Qi* ***<*** ***X(l)<*** ، ومن ثم يحسب  بالمعادلة التالية:



مثال (3-9)

فيما يلي كمية الإنتاج اليومي من الحليب باللتر للبقرة الواحدة لعينة حجمها 10 أبقار اختيرت من مزرعة معينة:

25 23 29 32 34 29 20 18 27 30

احسب الرباعيات الثلاث لكمية الإنتاج، وما هو تعليقك؟

الحل:

لحساب الرباعيات الثلاث، يتم إتباع الآتي:

* ترتيب القيم تصاعديا:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | قمة الربيع |
| 34 | 32 | 30 | 29 | 29 | 27 | 25 | 23 | 20 | 18 | القيم |
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | الرتبة |
|  | 8.25 |  | 5.5 |  | 2.75 |  | رتبة الربيع |

* حساب الربيع الأول :

رتبة الربيع الأول هي: 

يقع الربيع الأول بين القيمتين: ، وبتطبيق المعادلة (3-14) نجد أن:



إذا :



* حساب الربيع الثاني (الوسيط) 

رتبة الربيع الثاني هي: 

يقع الربيع الثاني بين القيمتين: ، وبتطبيق المعادلة (3-14) نجد أن:



إذا :



* حساب الربيع الثالث 

رتبة الربيع الثالث هي: 

يقع الربيع الثالث بين القيمتين: ، وبتطبيق المعادلة (3-14) نجد أن:



إذا :



 من النتائج السابقة نجد أن:



* 25% من الأبقار يقل إنتاجه عن 22.25 لتر يوميا.
* 50% من الأبقار يقل إنتاجه عن 28 لتر يوميا.
* 75% من الأبقار يقل إنتاجه عن 30.5 لتر يوميا.

تمارين

أولا : استخدم البيانات التالية ، ثم أجب عما هو مطلوب باختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الأربعة : فيما يلى الطاقة التصديرية من المياه بالألف كيلومتر مكعب يوميا  ، لـعدد 10 محطات تحلية .

342 216 105 291 107 216 210 165 90 216 

|  |  |
| --- | --- |
| 1- | هذه البيانات من النوع : |
|  | (a) الكمى المنفصل  | (b) الكمى المتصل | (c) الوصفى  | (d) الوصفى الترتيبى |
|  |  |  |  |  |  |
| 2-  |  قيمتها: |
|  | (a) 1000  | (b) 1958  | (c ) 195.8  | (d) 216 |
|  |  |  |  |  |  |
| 3- | قيمة الطاقة التصديرية التى أقل منها 50% من القيم تسمى :  |
|  | (a) الوسيط  | (b) الوسط | (c) التباين | (d) المدى  |
|  |  |  |  |  |  |
| 4- | القيمة الأكثر تكرارا تسمى :  |
|  | (a) الوسيط  | (b) الوسط | (c) المنوال  | (d) الانحراف  |
|  |  |  |  |  |  |
| 5-  | الوسط الحسابى للطاقة التصديرية قيمته : |
|  | (a) 216 | (b) 1958 | (c) 195.8 | (d) 213 |
|  |  |  |  |  |
| 6- | المنوال قيمته  |
|  | (a) 216 | (b) 1958 | (c) 195.8 | (d) 347 |
|  |  |  |  |  |  |
| 7- | الوسيط قيمته  |
|  | (a) 213 | (b) 1958 | (c) 195.8 | (d) 216 |
|  |  |  |  |  |  |
| 8- | تعتبر بيانات الطاقة التصديرية أعلاه لها توزيع  |
|  | (a) متماثل | (b) سالب الالتواء | (c) موجب الالتواء | (d) غير معروف . |
|  |  |  |  |  |  |
| 9-  | إذا تم إدخال تعديل على هذه المحطات لزيادة الطاقة التصديرية لكل محطة 50 ألف كيلو متر مكعب ، يكون الوسط الحسابى للطاقة التصديرية بعد التطوير هو .  |
|  | (a) 216 | (b) 1958 | (c) 195.8 | (d) 245.8 |
|  |  |  |  |  |
| 10- | إذا كانت  فإن الوسط الحسابى للقيم التى يأخذها المتغير الجديد  هو : |
|  | (a) 216 | (b) 97.9 | (c) 195.8 | (d) 245.8 |

ثانيا : فيما يلى التوزيع التكرارى لـعدد 50 مزرعة حسب المساحة المنزرعة بمحصول الطماطم بالألف دونم .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 19.5 – 22.5 | 16.5- | 13.5 -  | 10.5 -  | 7.5 –  | 4.5 –  | المساحة بالألف دونم |
| 2 | 10 | 15 | 12 | 8 | 3 | عدد المزارع  |

 استخدم بيانات الجدول أعلاه للإجابة على الأسئلة من (11- 20)

|  |  |
| --- | --- |
| 11- | طول الفئة قيمته  |
|  | (a) 1 | (b) 2  | (c) 3  | (d) 5  |
|  |  |  |  |  |  |
| 12-  | الحد الأدنى للفئة الرابعة هو  |
|  | (a) 14.5  | (b) 16  | (c ) 15 | (d) 13.5 |
|  |  |  |  |  |  |
| 13- | مركز الفئة الثانية قيمته  |
|  | (a) 9 | (b) 8 | (c) 10 | (d) 3 |
|  |  |  |  |  |  |
| 14- |  مجموع التكرار النسبى للفئات يساوى : |
|  | (a) 0.30 | (b) 0.20 | (c) 1 | (d) 1.50 |
|  |  |  |  |  |  |
| 15-  | إذا كانت هى مركز الفئة ،  هو تكرار الفئة فإن  قيمته تساوى  |
|  | (a) 225 | (b) 225 | (c) 50 | (d) 681 |
| 16- | الوسط الحسابى قيمته تساوى  |
|  | (a) 8.33 | (b) 13.5 | (c) 13.62 | (d) 681 |
|  |  |  |  |  |  |
| 17- | الفئة التى يقع فيها قيمة الوسيط هى :  |
|  | (a) 13.5 – 16.5 | (b) 16.5- 19.5 | (c) 14 – 17 | (d) 10.5 – 13.5 |
|  |  |  |  |  |  |
| 18- | رتبة الوسيط هى :  |
|  | (a) 50 | (b) 10 | (c) 25  | (d) 1  |
|  |  |  |  |  |  |
| 19-  | الوسيط قيمته تساوى .  |
|  | (a) 13.9 | (b) 13.5 | (c) 15 | (d) 12.5 |
|  |  |  |  |  |
| 20- | المنوال قيمته تساوى : |
|  | (a) 14 | (b) 15 | (c) 13.5  | (d) 14.625  |
|  |  |  |  |  |
| 21- | من الإجابة 16 ، 19 ، 20 يكون شكل التوزيع . |
|  | (a) ملتوى جهة اليمين  | (b) متماثل | (c) سالب الإلتواء  | (d) غير محدد  |

ثالثا : قم بتسجيل البيانات التالية :

الإسم : الرقم الجامعي:

قم بتظليل الاختيار الصحيح من (1 – 21 ) ، ولا ينظر للإجابة التى بها مربعين مظللين :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| رقم السؤال | (a) | (b) | (c) | (d) |
| 1 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |
| 11 |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |
| 13 |  |  |  |  |
| 14 |  |  |  |  |
| 15 |  |  |  |  |
| 16 |  |  |  |  |
| 17 |  |  |  |  |
| 18 |  |  |  |  |
| 19 |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  |
| 21 |  |  |  |  |