

الإحصاء الاقتصادي 1

قسم الإحصاء – المرحلة الثانية

م. أيث فاضل سيد حسين

2025-2024

المحاضرة الأولى

الفصل الأول: الرقم القياسي: (Index Number)

الرقم القياسي: هو عبارة عن مؤشر إحصائي يقيس التغير النسبي الذي طرأ على ظاهرة معينة ، كالاسعار (Prices) والكميات (Quantities) ... الخ ، وتكون هذه النسبة لقيمة الظاهرة في الفترة المقارنة (الفترة الحالية) الى قيمة الظاهرة في الفترة الاساس (الفترة السابقة).

يرمز للفترة المقارنة بالرمز (1) وللفترة الاساس بالرمز (0) وللرقم القياسي بالرمز (I).

ملاحظة (1): ارتفاع قيمة الرقم القياسي عن النسبة %100 يدل على زيادة في قيمة الظاهرة ، ويتم استخراج نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%).

ملاحظة (2): انخفاض قيمة الرقم القياسي عن النسبة %100 يدل على نقصان في قيمة الظاهرة ، ويتم استخراج نسبة النقصان = (100% - قيمة الرقم القياسي).

سؤال: ماهي متطلبات حساب الرقم القياسي؟

- 1- ان الظاهرة قيد الدراسة هي ظاهرة كمية.
- 2- تحديد مفردات الظاهرة فيما اذا كانت متشابهة او مختلفة.
- 3- تحديد الصيغة المناسبة للرقم القياسي لتلك الظاهرة.

أنواع الأرقام القياسية: (Types of index numbers)

أولاً: الرقم القياسي الفردي:

$$I = \frac{\text{قيمة الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة في الفترة الاساس}} * 100\%$$

مثال (1): اذا كان سعر (Price) كيلو الطحين في سنة (2018) هو (1000) دينار ، وكان سعره في سنة (2013) هو (750) دينار.

المطلوب : جد الرقم القياسي المناسب للظاهرة (السعر) ، ثم جد نسبة الزيادة او النقصان في السعر.

الحل:

$$I = \frac{\text{قيمة الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة في الفترة الاساس}} * 100\%$$

$$I = \frac{1000}{750} * 100\% = 1.33 * 100\% = 133\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (133 - 100) = 33%

مثال (2): إذا كان عدد العمال في إحدى الشركات في سنة (2015) هو (190) الف عامل ، وكان عددهم في سنة (2010) هو (100) الف عامل.

المطلوب : جد الرقم القياسي المناسب للظاهرة (عدد العمال) ، ثم جد نسبة الزيادة أو النقصان في عدد العمال.

$$I = \frac{\text{قيمة الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة في الفترة الأساس}} * 100\%$$

$$I = \frac{190}{100} * 100\% = 1.9 * 100\% = 190\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (190 - 100) = 90%

ثانياً: الرقم القياسي المتوسط: لحساب الرقم القياسي المتوسط يجب ان تكون مفردات الظاهرة متجانسة أي ان وحدات قياسها متشابهة ليتم حساب المعدل (الوسط الحسابي) ومن ثم يتم حساب الرقم القياسي المتوسط وفق الصيغة التالية:

$$I^M = \frac{\text{متوسط الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{متوسط الظاهرة في الفترة الأساس}} * 100\%$$

مثال (3): بلغت أسعار الكغم الواحد في شهري كانون الثاني وشباط من بعض أنواع الفواكه في إحدى الأسواق كما يلي:

الفواكه	كانون الثاني	شباط
برتقال	1250	1000
ليمون	3000	3250
نومي حلو	2000	2500

المطلوب: جد الرقم القياسي المتوسط ، ثم جد نسبة الزيادة أو النقصان في الاسعار.
الحل:

$$I^M = \frac{\text{متوسط الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{متوسط الظاهرة في الفترة الأساس}} * 100\%$$

الفواكه	كانون الثاني	شباط
برتقال	1250	1000
ليمون	3000	3250
نومي حلو	2000	2500
المجموع	6250	6750
المتوسط	2083	2250

$$I^M = \frac{2250}{2083} * 100\% = 1.08 * 100\% = 108\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (108 - 100) = 8%

مثال (4): البيانات التالية لعدد العاملين في القطاع الصناعي لدولة ما ومصنفين حسب المهارة ومعدلات اجورهم السنوية وكما يلي:

أصناف العمال	2005		2010	
	معدل الاجر W_0	عدد العاملين f_0	معدل الاجر W_1	عدد العاملين f_1
ماهرون	8922	100	9000	110
نصف ماهرين	7650	300	7900	310
غير ماهرين	4100	150	4500	180

المطلوب: جد الرقم القياسي المتوسط علما ان سنة الأساس هي سنة (2005) ، ثم جد نسبة الزيادة او النقصان في الاسعار.

الحل:

$$I^M = \frac{\text{متوسط الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{متوسط الظاهرة في الفترة الاساس}} * 100\%$$

أصناف العمال	2005		2010		$W_0 * f_0$	$W_1 * f_1$
	معدل الاجر W_0	عدد العاملين f_0	معدل الاجر W_1	عدد العاملين f_1		
ماهرون	8922	100	9000	110	892200	990000
نصف ماهرين	7650	300	7900	310	2295000	2449000
غير ماهرين	4100	150	4500	180	615000	810000
المجموع		550		600	3802200	4249000
المتوسط					6913	7082

$$I^M = \frac{7082}{6913} * 100\% = 1.02 * 100\% = 102\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (102 - 100) = 2%

ثالثاً: الرقم القياسي التجميعي: لحساب الرقم القياسي التجميعي يجب ان تكون مفردات الظاهرة متجانسة أي ان وحدات قياسها متشابهة ليتم حساب المجموع ، ومن ثم يتم حساب الرقم القياسي التجميعي وفق الصيغة التالية:

$$I^C = \frac{\text{مجموع الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{مجموع الظاهرة في الفترة الاساس}} * 100\%$$

مثال (5): بلغ عدد الذكور والاناث في بلد ما (350) الف ، و (345) الف على التوالي في عام 1990 ، كما بلغ العدد (422) الف ، و (500) الف على التوالي في عام 1995.

المطلوب: جد الرقم القياسي التجميعي علما ان سنة الأساس هي سنة (1990) ، ثم جد نسبة الزيادة او النقصان في عدد السكان خلال الخمس سنوات.

الحل:

$$I^C = \frac{\text{مجموع الظاهرة في الفترة المقارنة}}{\text{مجموع الظاهرة في الفترة الاساس}} * 100\%$$

$$I^C = \frac{422 + 500}{350 + 345} * 100\% = \frac{922}{695} * 100\% = 1.33 * 100\% = 133\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (133 - 100) = 33%

سؤال: وضح بالتفصيل الرقم القياسي التجميعي المرجح؟

الحل:

يستخدم الرقم القياسي التجميعي المرجح عندما تكون مفردات الظاهرة غير متجانسة أي ان وحدات قياسها مختلفة لا يمكن تجميعها مع بعضها نظراً لاختلاف وحدات قياسها ولا بد من تحويلها الى نوعية واحدة بترجيحها باوزانها وهي الأهمية النسبية لتلك المفردات ولكن بعض الخواص والاسعار قد تتغير من سنة الى أخرى لذلك تؤخذ الاوزان ومن هنا اختلفت صيغ الرقم القياسي التجميعي المرجح ، وهناك نوعان من هذه الأرقام وهي:

- 1- الرقم القياسي التجميعي المرجح باوزان ثابتة ومن هذه الأرقام صيغة باش وصيغة لاسبير.
- 2- الرقم القياسي التجميعي المرجح باوزان متغيرة ومن هذه الأرقام صيغة مارشال وصيغة والش.

وفيما يلي امثلة على النوعين:

مثال على الرقم القياسي التجميعي المرجح للأسعار باوزان ثابتة (صيغة باش)

$$I_P^P = \frac{\sum P_1 * q_1}{\sum P_0 * q_1} * 100\%$$

مثال على الرقم القياسي التجميعي المرجح للأسعار باوزان متغيرة (صيغة مارشال)

$$I_P^M = \frac{\sum P_1 * (q_1 + q_0)}{\sum P_0 * (q_1 + q_0)} * 100\%$$

الأرقام القياسية للأسعار:

1- الرقم القياسي الفردي للأسعار :

$$I_P = \frac{P_1}{P_0} * 100\%$$

أ- الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار:

$$I_P^A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{P_i}$$

ب- الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار:

$$\log I_P^g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log I_{P_i}$$

$$I_P^g = (10)^{\log I_P^g}$$

مثال (6): البيانات التالية عن أسعار الصادرات لاحدى الأقطار (ملايين الدينانير) السنيتين المذكورتين، اوجد الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار ، وكذلك الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار على اعتبار ان سنة (2005) هي سنة الأساس.

أنواع السلع	أسعار سنة ٢٠٠٥	أسعار سنة ٢٠١٠
حنطة	12	14
رز	16	18
ذره	18	20
دهن	11	22

الحل:

الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار

$$I_P^A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{Pi}$$

أنواع السلع	أسعار سنة ٢٠٠٥	أسعار سنة ٢٠١٠	I_P
حنطة	12	14	117
رز	16	18	113
ذره	18	20	111
دهن	11	22	200
المجموع			540

$$I_P^A = \frac{1}{4} (117 + 113 + 111 + 200) = \frac{540}{4} = 135\%$$

الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار:

$$\log I_P^g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log I_{Pi}$$

$$I_P^g = (10)^{\log I_P^g}$$

أنواع السلع	أسعار سنة ٢٠٠٥	أسعار سنة ٢٠١٠	I_p	$\log I_p$
حنطة	12	14	117	2.0669
رز	16	18	113	2.0512
ذره	18	20	111	2.0458
دهن	11	22	200	2.301
المجموع			540	8.4649

$$\log I_p^g = \frac{1}{4} (8.4649) = 2.1162$$

$$I_p^g = (10)^{2.1162} = 131\%$$

مثال (7): البيانات التالية عن الأرقام القياسية الفردية لاسعار بعض السلع في دولة العراق والمطلوب إيجاد الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار ، وكذلك الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار.

أنواع السلع	I_p
حنطة	150
رز	75
ذره	25
دهن	400

الحل:

أنواع السلع	I_p	$\log I_p$
حنطة	150	2.1761
رز	75	1.8751
ذره	25	1.3979
دهن	400	2.6021
المجموع	650	8.0512

الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار:

$$I_P^A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{P_i}$$

$$I_P^A = \frac{650}{4} = 162.5\%$$

الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار:

$$\log I_P^g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log I_{P_i} = \frac{8.0512}{4} = 2.0128$$

$$I_P^g = (10)^{2.0128} = 103\%$$

المحاضرة الثانيةالأرقام القياسية للأسعار:

2- الرقم القياسي التجميعي للأسعار:

$$I_P^C = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100\%$$

ملاحظة (3): يجب ان تكون وحدة الأسعار لجميع السلع موحدة في صيغة الرقم القياسي التجميعي للأسعار التي من خلالها نستطيع ان نحول الرقم القياسي التجميعي للأسعار الى رقم قياسي متوسط من خلال قسمة البسط والمقام على عدد القيم وبالتالي نحصل على الرقم القياسي المتوسط.

مثال (8): البيانات التالية عن أسعار الجملة لبعض السلع ، المطلوب : إيجاد الرقم القياسي التجميعي للأسعار ثم جد الرقم القياسي المتوسط.

أنواع السلع	السعر في	
	1/10	5/10
بطاطا	600	700
خيار	430	350
شجر	400	250
لوبيا	525	425
بصل	450	400

الحل:

أنواع السلع	السعر في	السعر في
	1/10	5/10
بطاطا	600	700
خيار	430	350
شجر	400	250
لوبيا	525	425
بصل	450	400
المجموع	2405	2125
المتوسط	481	425

$$I_P^C = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100\%$$

$$I_P^C = \frac{2125}{2405} * 100\% = 0.88 * 100\% = 88\%$$

نسبة النقصان = (100% - قيمة الرقم القياسي) = (100 - 88) = 12%

ويمكن إيجاد الرقم القياسي المتوسط للأسعار كما يلي:

$$I_P^M = \frac{\sum P_1/n}{\sum P_0/n} * 100\% = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} * 100\%$$

$$I_P^M = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} * 100\%$$

$$I_P^M = \frac{425}{481} * 100\% = 0.88 * 100\% = 88\%$$

ملاحظة: يجب ان يكون ناتج الرقم القياسي المتوسط للأسعار مساوي الى الرقم القياسي التجميعي للأسعار.

3- الرقم القياسي الترجيحي للأسعار:

أولاً: الرقم القياسي للأسعار (صيغة باش: Paasche's Method):

$$I_P^P = \frac{\sum P_1 * q_1}{\sum P_0 * q_1} * 100\%$$

ثانياً: الرقم القياسي للأسعار (صيغة لاسبير: Laspeyre's Method):

$$I_P^L = \frac{\sum P_1 * q_0}{\sum P_0 * q_0} * 100\%$$

ثالثاً: الرقم القياسي للأسعار (صيغة فيشر: Fisher's Method):

$$I_P^F = \sqrt{I_P^P * I_P^L}$$

رابعاً: الرقم القياسي للأسعار (صيغة مارشال: Marshall Method):

$$I_P^M = \frac{\sum P_1 * (q_1 + q_0)}{\sum P_0 * (q_1 + q_0)} * 100\%$$

خامساً: الرقم القياسي للأسعار (صيغة والش: Walsh Method):

$$I_P^W = \frac{\sum P_1 * \sqrt{q_1 * q_0}}{\sum P_0 * \sqrt{q_1 * q_0}} * 100\%$$

حيث ان:

q_0 : الكمية في الفترة الأساس.

q_1 : الكمية في الفترة المقارنة.

مثال (9): البيانات التالية عن أسعار وكميات بعض أنواع السلع للسنتين (2000)، (2004) ، باعتبار سنة (2000) سنة الأساس جد ما يلي:

- 1- الرقم القياسي للأسعار (صيغة باش).
- 2- الرقم القياسي للأسعار (صيغة لاسبير).
- 3- الرقم القياسي للأسعار (صيغة فيشر).
- 4- الرقم القياسي للأسعار (صيغة مارشال).
- 5- الرقم القياسي للأسعار (صيغة والش).

أنواع السلع	2000		2004	
	P_0	q_0	P_1	q_1
بطاطا	300	40	330	50
خيار	700	80	840	60
شجر	500	30	600	40

الحل:

أنواع السلع	$P_1 * q_1$	$P_0 * q_1$	$P_1 * q_0$	$P_0 * q_0$	$P_1 * (q_1 + q_0)$	$P_0 * (q_1 + q_0)$	$P_1 * \sqrt{q_1 * q_0}$	$P_0 * \sqrt{q_1 * q_0}$
بطاطا	16500	15000	13200	12000	29700	27000	14758	13416
خيار	50400	42000	67200	56000	117600	98000	58197	48497
شجر	24000	20000	18000	15000	42000	35000	20785	17321
المجموع	90900	77000	98400	83000	189300	160000	93740	79234

الرقم القياسي للأسعار (صيغة باش)

$$I_P^P = \frac{\sum P_1 * q_1}{\sum P_0 * q_1} * 100\%$$

$$I_P^P = \frac{90900}{77000} * 100\% = 1.18 * 100\% = 118\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (118 - 100) = 18%

الرقم القياسي للأسعار (صيغة لاسبير)

$$I_P^L = \frac{\sum P_1 * q_0}{\sum P_0 * q_0} * 100\%$$

$$I_P^L = \frac{98400}{83000} * 100\% = 1.18 * 100\% = 118\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (118 - 100) = 18%

الرقم القياسي للأسعار (صيغة فيشر)

$$I_P^F = \sqrt{I_P^L * I_P^L}$$

$$I_P^F = \sqrt{118 * 118} = 118\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (118 - 100) = 18%

الرقم القياسي للأسعار (صيغة مارشال)

$$I_P^M = \frac{\sum P_1 * (q_1 + q_0)}{\sum P_0 * (q_1 + q_0)} * 100\%$$

$$I_P^M = \frac{189300}{160000} * 100\% = 1.18 * 100\% = 118\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (118 - 100) = 18%

الرقم القياسي للأسعار (صيغة والش)

$$I_P^W = \frac{\sum P_1 * \sqrt{q_1 * q_0}}{\sum P_0 * \sqrt{q_1 * q_0}} * 100\%$$

$$I_P^W = \frac{93740}{79234} * 100\% = 1.18 * 100\% = 118\%$$

نسبة الزيادة = (قيمة الرقم القياسي - 100%) = (118 - 100) = 18%