# نموذج الإنحدار المتعدد
# Multiple Regression Model

- نموذج الإنحدار المتعدد هو عبارة عن نموذج يتكون من متغير تابع وأكثر من متغير مستقل واحد.
- $Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \mu_i$
- $i = 1, 2, \ldots, N$
- حيث أن:

$Y$ = القيمة الفعلية للمتغير التابع ،

$X_1$ = القيمة الفعلية للمتغير المستقل الأول ،

$X_2$ = القيمة الفعلية للمتغير المستقل الثاني ،

$\mu$ = القيمة الفعلية لحد الخطأ ،

$\alpha$ = الحد الثابت ،

$\beta_1$ = معامل $X_1$ ، وهو عبارة عن ميل العلاقة بين $X_1$ ، $Y$

$\beta_2$ = معامل $X_2$ ، وهو عبارة عن ميل العلاقة بين $X_2$ ، $Y$

$N$ = عدد المشاهدات ،

$\alpha$ ، $\beta_1$ ، $\beta_2$ عبارة عن معاملات انحدار النموذج .

# إفتراضات نموذج الإنحدار الخطي المتعدد

1. إن المتغير التابع (Y) يكون دالة خطية في المتغيرات المستقلة (X2 , X1) .
2. إن القيمة المتوقعة لحد الخطأ تكون مساوية للصفر .
3. إن تباين حد الخطأ يكون ثابت .
4. إن حد الخطأ لمشاهدة ما لا يرتبط بحد الخطأ لمشاهدة أخرى
5. إستقلال حد الخطأ عن المتغيرات المستقلة .
6. إن حد الخطأ موزع توزيعاً طبيعياً .
7. إن درجات الحرية يجب أن تكون موجبة .

# إفتراضات نموذج الإنحدار الخطي المتعدد

8. عدم وجود علاقة خطية تامة بين المتغيرات المستقلة ، ويترتب على إسقاط هذا الإفتراض حدوث مشكلة الإزدواج الخطي Multicollinearity .
9. إن المتغيرات المستقلة تكون متغيرات غير عشوائية ويكون لها قيم ثابتة ، ويترتب على إسقاط هذا الإفتراض حدوث ثلاثة مشاكل قياسية:

أ- وجود أخطأ في قياس المتغيرات المستقلة

ب- إرتباط مشاهدات المتغير التابع بعضها بالبعض الآخر ، ويحدث ذلك عندما يتم استخدام متغير تابع ذو فترة إبطاء كمتغير مستقل

ج- تقدير معادلة آنية وهي الحالة التي تتحدد فيها المتغيرات التابعة بواسطة التفاعل الآني لعلاقات عديدة .

# تقدير معامل التحديد المتعدد المُعدل $\overline{R}^2$

# Adjusted $R^2$

- يلاحظ أن إضافة متغير مستقل (أو متغيرات مستقلة) في النموذج المقدر يؤدي دائماً إلى زيادة قيمة $R^2$
- ويرجع ذلك إلى أن إضافة متغير مستقل جديد سوف يؤدي إلى زيادة القيمة الموجودة في البسط في معادلة $R^2$ بينما يظل المقام كما هو.

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}_1 \sum y_i x_{1i} + \hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i}}{\sum y_i^2}$$

- ولهذا يجب تعديل $R^2$ وذلك بالأخذ في الاعتبار درجات الحرية التي سوف تنقص بسبب إضافة متغيرات مستقلة جديدة في النموذج .
- يتم تقدير $\overline{R}^2$ كما يلي:

$$\overline{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{N-1}{DF}$$

- أو

$$\overline{R}^2 = 1 - \left[\frac{\sum e_i^2 / DF}{\sum y_i^2 / N-1}\right]$$

- وعليه يتضح ما يلي:

- إن قيمة $\overline{R}^2$ يمكن أن تكون أقل أو تساوي قيمة $R^2$

$$\overline{R}^2 \leq R^2$$

- إن قيمة $\overline{R}^2$ يمكن أن تكون سالبة بينما قيمة $R^2$ لايمكن أن تكون كذلك .

# تقدير معاملات الإرتباط الجزئية

- يقيس معامل الارتباط الجزئي درجة العلاقة بين متغيرين مع ثبات باقي المتغيرات محل الدراسة .

$$r_{YX_1 \cdot X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}}{\sqrt{(1 - r_{YX_2}^2)(1 - r_{X_1X_2}^2)}}$$

$$r_{YX_2 \cdot X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_1X_2}}{\sqrt{(1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{X_1X_2}^2)}}$$

$$r_{X_1X_2 \cdot Y} = \frac{r_{X_1X_2} - r_{YX_1} r_{YX_2}}{\sqrt{(1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{YX_2}^2)}}$$

| السنة | $Y_i$ | $X_{1i}$ | $X_{2i}$ |
|---|---|---|---|
| 1972 | 55 | 19 | 49 |
| 1973 | 65 | 17 | 58 |
| 1974 | 80 | 21 | 55 |
| 1975 | 75 | 17 | 58 |
| 1976 | 70 | 19 | 55 |
| 1977 | 50 | 18 | 49 |
| 1978 | 60 | 20 | 46 |
| 1979 | 65 | 21 | 46 |

| SUMMARY OUTPUT | |
|---|---|
| *Regression Statistics* | |
| Multiple R | 0.92 |
| R Square | 0.85 |
| Adjusted R Square | 0.79 |
| Standard Error | 4.58 |
| Observations | 8 |

| ANOVA | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *SOV* | *df* | *SS* | *MS* | *F* | *Sig F* |
| Regression | 2 | 595.19 | 297.59 | 14.20 | 0.009 |
| Residual | 5 | 104.81 | 20.96 | | |
| Total | 7 | 700 | | | |

| | *Coefficients* | *Standard Error* | *t Stat* | *P-value* | *Lower 95%* | *Upper 95%* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Intercept** | **-146.25** | **41.78** | **-3.50** | **0.017** | **-253.65** | **-38.85** |
| **$X_{1i}$** | **5.13** | **1.32** | **3.87** | **0.012** | **1.72** | **8.53** |
| **$X_{2i}$** | **2.19** | **0.42** | **5.23** | **0.003** | **1.11** | **3.27** |

# مصفوفة الإرتباط
# Correlation Matrix

| | $Y_i$ | $X_{1i}$ | $X_{2i}$ |
|---|---|---|---|
| $Y_i$ | 1 | | |
| $X_{1i}$ | 0.18 | 1 | |
| $X_{2i}$ | 0.63 | -0.58 | 1 |

$$r_{YX_1 \cdot X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}}{\sqrt{(1 - r_{YX_2}^2)(1 - r_{X_1X_2}^2)}} = \frac{(0.18) - [(0.63)(-0.58)]}{\sqrt{[1 - (0.63)^2][1 - (-0.58)^2]}} = 0.86$$

$$r_{YX_2 \cdot X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_1X_2}}{\sqrt{(1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{X_1X_2}^2)}} = \frac{(0.63) - [(0.18)(-0.58)]}{\sqrt{[1 - (0.18)^2][1 - (-0.58)^2]}} = 0.92$$

$$r_{X_1X_2 \cdot Y} = \frac{r_{X_1X_2} - r_{YX_1} r_{YX_2}}{\sqrt{(1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{YX_2}^2)}} = \frac{(-0.58) - [(0.18)(0.63)]}{\sqrt{[1 - (0.18)^2][1 - (0.63)^2]}} = -0.91$$