نظرية القياس الاقتصادي

اعداد

الاستاذ المساعد الدكتور

احمـــد حمـــدي الحسيـــني

مقدمة [1]:

" إن القياس الاقتصادي هو فن و علم استعمال الطرق الإحصائية لغرض قياس العلاقات الاقتصادية ، حيث تستعمل طرق القياس الاقتصادي لتقدير معالم النموذج ، اختبار الفرضيات الموضوعة حول النموذج، و تعميم التنبؤات من هذا الأخير. فبناء نموذج القياس الاقتصادي يعتبر فنا ، تماما مثلما نستعمل معلومات الهندسة المعمارية لتهيئة البنايات " GREGORY .C. CHOW 1983

المطلب الأول: تعريف النموذج الاقتصادي القياسي:

1-تعريف الاقتصاد القياسي:

لقد أصبح الطابع الكمي للعلاقات الاقتصادية محل اهتمام الاقتصاديين في محاولة تطوير أساليب البحث العلمي، و خلق فرع جديد يهتم بالقياس الميداني للعلاقات الاقتصادية و جعل النتائج كأرضية لاتخاذ القرار الملائم، فقد عرف كل من سام ولسن، توبمانس واتسون الاقتصاد القياسي على انه "فرع من فروع الاقتصاد، يستخدم التحليل الكمي للظواهر الاقتصادية الواقعة، المبني على أساس التماسك بين النظرية و المشاهدة، متخذا بذلك أساليب الاستقراء الملائمة"، و يعتمد الاقتصاد القياسي على التصورات النظرية الاقتصادية التي تعكس العلاقة العامة لمتغيرات النماذج، متخذين في ذلك اللغة الرياضية لصياغة موضوع النموذج على شكل معادلات تبسط العلاقة بين المتغيرات، و بهذا يعتبر الاقتصاد القياسي وسيلة تحليلية

[1] تومي صالح " مدخل لنظرية القياس الاقتصادي" الجزء الأول OPU 1999 ص 09.

لدراسة الأوضاع الاقتصادية المتعلقة و الملموسة و يكون محلا لدراسة مستقلة ينفرد بها علماء الاقتصاد.

إلا أن القياس الاقتصادي يختلف عن الرياضيات الاقتصادية التي تعني تطبيق الرياضيات على تلك العلاقات الاقتصادية دون التأكد من صحة تلك العلاقات ميدانيا و يعتبر لقياس الاقتصادي أداة توفيقية ما بين النظرية الاقتصادية ، الرياضيات الاقتصادية و الإحصاء .لكنه يختلف تماما عن كل هذه الفروع. و يعتمد باحثو القياس الاقتصادي على مبادئ النظرية الاقتصادية عند بنائهم لنموذج القياس الاقتصادي Econometric Model ، مستعملين النظرية الإحصائية و تقنيات القياس الاقتصادي. و من ثم يختبرون ميدانيا، بعض العلاقات الموجودة فيما بين المتغيرات الاقتصادية ، و يمكن تطبيق القياس الاقتصادي على عدة ميادين مثل العلوم الاجتماعية و الإنسانية ، الصحة ، النقل و غيرها

إن أول ظهور للقياس الاقتصادي جاء مع إنشاء جمعية القياس الاقتصادي Econometric Society المكونة سنة 1930 ، و من ثم إصدار المجلة الدورية Econometrica سنة 1933 تبعتها بعد ذلك عدة دوريات أخرى متخصصة في هذا الميدان مثل مجلة القياس الاقتصادي Journal of Econometrics و غيرها .

لبناء أي نموذج قياس اقتصادي نبدأ عادة بنظرية العلاقات الاقتصادية ، حتى نقيس و نحدد الصياغة الرياضية للنموذج (بناء النموذج). و منه نستعمل طرقا مناسبة (طرق التقدير في القياس الاقتصادي) للحصول على مقدرات عددية لمعلم العلاقات الاقتصادية (المرونات ، المضاعفات ، الأميال ، التكاليف الحدية ، المعاملات التقنية و غيرها) .

إن أهم ميزة في نموذج القياس الاقتصادي للعلاقات الاقتصادية هو أنه يحتوي على الحد العشوائي (عنصر الخطأ) الذي يخضع لقوانين الاحتمال ، و الذي نجده مهملا لدى النظريات الاقتصادية و الرياضيات الاقتصادية ، إذ يعطي هذا المتغير العشوائي العلاقات الصحيحة و الدقيقة للظواهر و العلاقات الاقتصادية فيما بينها.

2-أهداف القياس الاقتصادي[1] :

هناك ثلاثة أهداف رئيسية لموضوع القياس الاقتصادي ، حيث يهدف هذا الأخير إلى :

1) بناء النماذج القياسية الاقتصادية ، أي بناء النماذج الاقتصادية في شكل قابل للاختبار الميداني ، و هناك عدة طرق لبناء نموذج القياس الاقتصادي من النموذج الاقتصادي عن طريق اختيار الشكل الدالي ، تخصيص الهيكل العشوائي للمتغيرات و هكذا ، و تمثل هذه المرحلة مشكلة تصور الصياغة الرياضية في منهجية القياس الاقتصادي .
2) تقدير و اختبار هذه النماذج مستعملين البيانات المتوفرة ، و تمثل هذه العملية المرحلة الإحصائية للقياس الاقتصادي .
3) استعمال النماذج المقدرة بغرض التنبؤ ، التحليل الاقتصادي ، أو اتخاذ القرارات المناسبة .

3-مفهوم النموذج الاقتصادي:

نموذج التصرف الاقتصادي يعطينا صورة مختصرة عن العالم الاقتصادي الحقيقي المعقد، النموذج الاقتصادي هو الصياغة أو التشكيل الرياضي (formalization) للنظرية الاقتصادية، عند بناء هذه النماذج، يهتم الاقتصاديون بالعوامل التي يرونها أساسية عند دراسة ظاهرة اقتصادية ما: بصفة أكثر دقة.

يرى E.MANILVAUD أن النموذج يمثل في التشكيل الرياضي للأفكار و المعارف المتعلقة بظاهرة ما[2]، هذا التعريف يقودنا إلى بعض الإضافات:

- النموذج الاقتصادي يختلف عن الظاهرة الاقتصادية التي يمثلها، إذا يوجد ضياع للمعلومات بين الحقيقة الاقتصادية و النموذج الاقتصادي.

---

[1] تومي صالح : نفس المرجع السابق ص 05.

[2]-E.MANILVAUD "Méthodes statistique de l'économie" DOUNOD.Paris 1981. P45.

- النموذج لا يعتبر تشكيلا جديدا للأفكار الاقتصادية، و إنما يريد الاقتصادي من خلاله التحكم في التصرفات الاقتصادية، لذلك من اجل نفس الحقيقة الاقتصادية لا تكون الأهداف المسطرة من طرف مختلف الباحثين بالضرورة متشابهة.
- التشكيل المستعمل (formalisation utilise) غالبا ما يكون رياضيا، النتائج المحصل عليها ما هي في الحقيقة إلى نتائج منطقية للفروض الأساسية الموضوعة عند صياغة النموذج.
- المعرفة الاقتصادية ليست معرفة كاملة و ليست معرفة مطلقة، بل تتغير و تكتمل مع مرور الوقت، و مع تطور تقنية الإعلام و الطرق التحليلية المستعملة في البراهين، مثال ذلك تطور الرياضات و الإعلام الآلي و طرق المعاينة.
- النموذج هو نظرة مختصرة معتمدة للواقع إذا فالحقيقة الاقتصادية ما هي إلا نهاية النماذج الاقتصادية المتطورة شيئا فشيئا عند بناء النماذج الاقتصادية. يفرض الاقتصاديون أن المعالم في معدلات النموذج تبقى ثابتة أو بعبارة أخرى أن العلاقات المختلفة تحفظ في نفس الصيغة، و العوامل الخارجية لا تتغير إلا في حالة ذكر العكس (Sauf indication contraire) حتى يكون بإمكاننا القيام بالتنبؤات المستقبلية.

4-مفهوم النموذج الاقتصادي القياسي:

النماذج الاقتصادية غالبا ما تكتفي بشرح بيانات (هياكل) النظرية الاقتصادية التقليدية و ليست قادرة على حل بعض مشاكل السياسة الاقتصادية، و لذلك اضطر الباحثون الاقتصاديين على بناء النماذج الاقتصادية القياسية.

فالنموذج الاقتصادي القياسي هو نموذج اقتصادي يمكن أن يتعامل مع العشوائية أي يدخل متغيرات عشوائية تتميز بتوزيعاتها الاحتمالية.

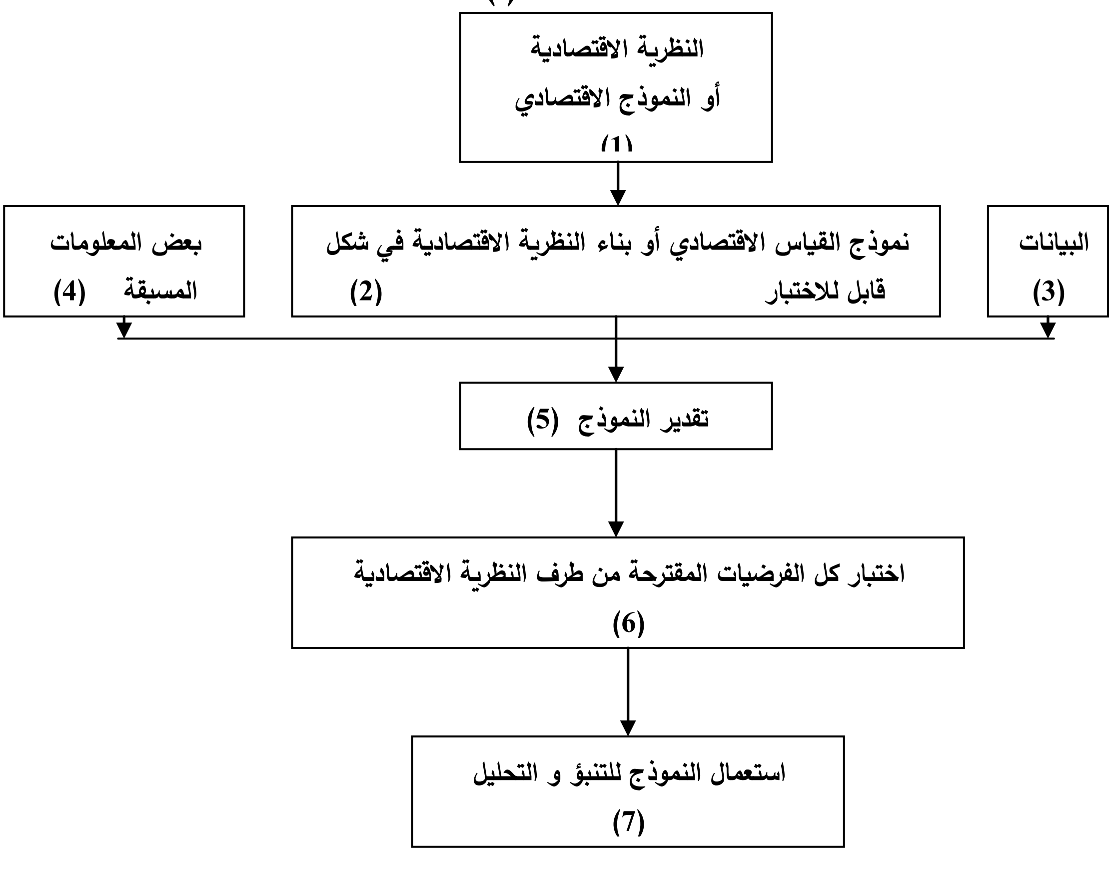
5-مناهج البحث في القياس الاقتصادي:

لقد اهتم باحثو القياس الاقتصادي في فترة الستينات بالمبادئ الإحصائية ، و كانت مجالات التخصيص محدودة جدا ، حيث كانت أغلب اهتمامات الباحثين منصبة

على التقدير الإحصائي لنماذج القياس الاقتصادي المخصصة بطريقة صحيحة ، إذ خصصت هذه الفترة لطرق التقدير البديلة و برامج الكمبيوتر المختلفة و لم تعطى أهمية لأخطاء التخصيص أو أخطاء في قياس المشاهدات ، لكن مع التقدم و التطور السريع لأجهزة و برامج الكمبيوتر المختلفة ، أصبحت هذه المشاكل ثانوية ، و تغير اهتمام الباحثين إلى مجالات التحليل ، و يمكن توضيح ذلك في الشكل (أ).

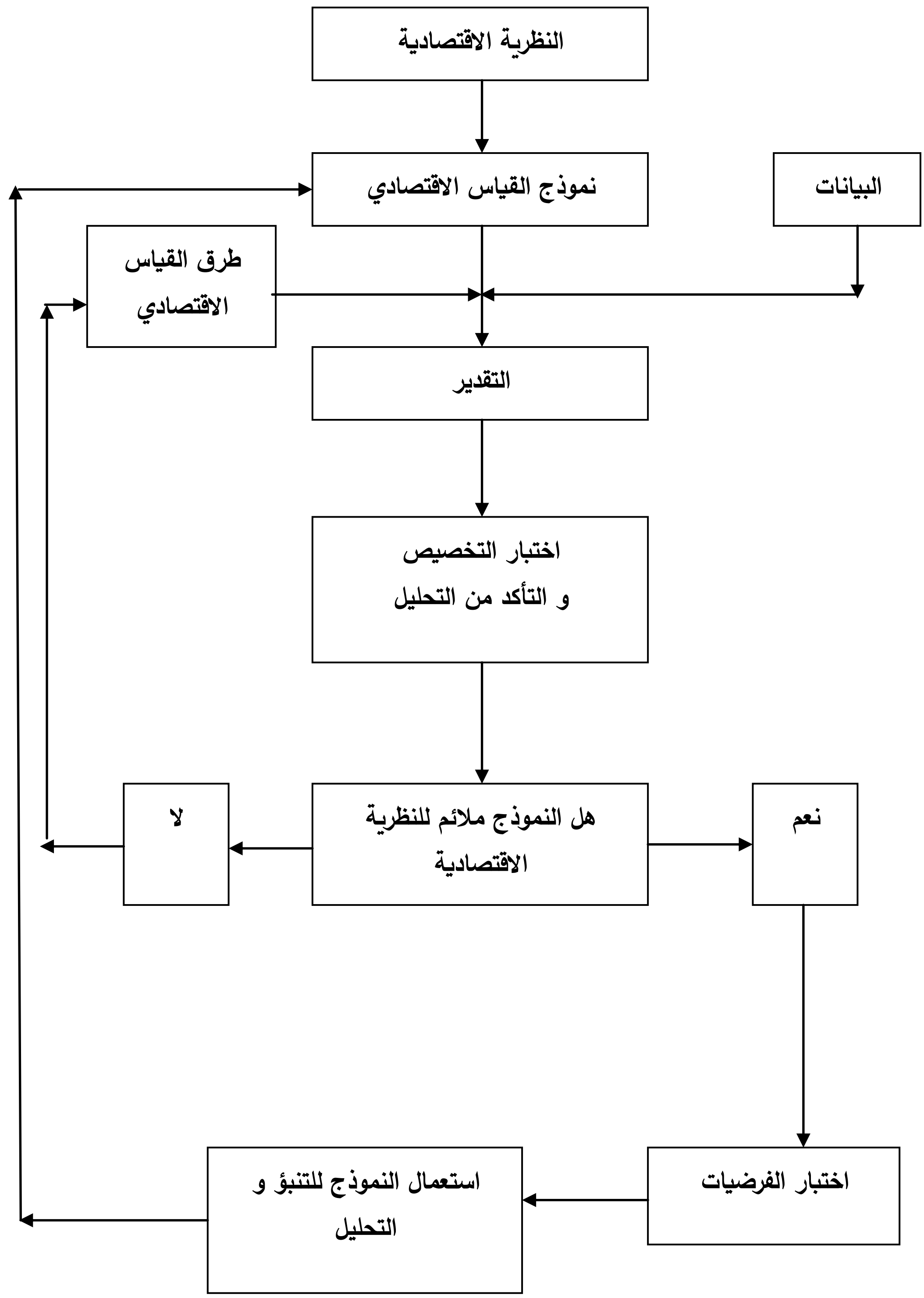
في بداية السبعينات وجهت عدة انتقادات إلى صياغة الشكل (أ) لأنه يحتوي على طريقة واحدة للوصول إلى الهدف المنشود ، ومن هذه الانتقادات نلاحظ أنه في الشكل (أ) لا يوجد التفاعل المتبادل Feed back ما بين الاختبار القياسي للنظريات الاقتصادية و الصياغة الرياضية لهذه النظريات ، حيث لا يكتفي باحثو القياس الاقتصادي بالبيانات المسلمة لهم من طرف جهات أخرى بل يجب أن يكون هناك تفاوت متبادل من الخطوتين (4) و (5) إلى الخطوة (3) و إذا نظرنا إلى الخطوة (6) ، نلاحظ بأن اختبار الفرضيات يشير فقط إلى تلك المقترحة من طرف النموذج الاقتصادي الأصلي في الخطوة (2) ، و لهذا نرى ضرورة وجود خطوات أخرى في هذا التحليل بالشكل (أ).

الشكل (أ)



و بعد هذه الانتقادات الموجهة من طرف باحثي القياس الاقتصادي الحديث صحح الشكل (أ) على النحو التالي:

الشكل (ب)



المطلب الثاني: نموذج الانحدار الخطي: البسيط و المتعدد:

1. نموذج الانحدار الخطي البسيط

تقدير النموذج:

يستخدم نموذج الانحدار البسيط العلاقة بين متغير تابع Y و متغير مستقل أو مفسر X هذه العلاقة تسمح بشرح قيم Y بواسطة قيم مأخوذة من X.

و تعرف العلاقة العامة للانحدار البسيط بـ[1]:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$$

حيث: X_i متغير مستقل.

Y_i متغير تابع.

ε_i الخطأ.

2.1. فرضيات النموذج: يعتبر الخطأ ε_i متغيرا عشوائيا حيث يخضع للفرضيات الأساسية التالية:

1. ε_i موزع طبيعيا $\varepsilon_i \xrightarrow{loi} Normal$
2. القيمة المتوقعة (وسطه) تساوي الصفر $E(\varepsilon_i) = 0$.
3. تباينه ثابت $V(\varepsilon_i) = \delta^2$.
4. لا يوجد ارتباط بين الخطأ أي: $COV(\varepsilon_j, \varepsilon_i) = 0, (\forall i \neq j)$
5. لا يوجد ارتباط بين المتغير X و ε أي: $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$

3.1. تقدير المعالم بطريقة المربعات الصغرى OLS:

تتمثل طريقة المربعات الصغرى في إيجاد قيم تقديرية للوسائط على أساس تصغير مجموع مربعات الأخطاء أي: $MIN\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = MIN\sum_{i=1}^{n}(Y_i - bX_i - a)^2$

حيث: a: القيمة المقدرة لـ α.

b: القيمة المقدرة لـ β .

[1] - جمال فروخي "نظرية الاقتصاد القياسي" OPU. 1992. ص04.

$e_i = \left(Y_i - \hat{Y}\right)$: هي البواقي.

و لإيجاد قيم a و b نشتق $\sum_{i=1}^{n} e_i^2$ بالنسبة لهما:

$$\frac{\delta \sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\delta a} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - bX_i - a\right) = 0$$

$$\frac{\delta \sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\delta b} = -2 \sum X_i \left(Y_i - bX_i - a\right) = 0$$

و بالقسمة على (-2) نحصل على القيم التالية:

$$b = \frac{\delta \sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i Y_i - n\overline{X}\,\overline{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2}$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

4.1. حساب معامل الارتباط الخطي:

يستعمل معامل الارتباط الخطي (r) لمعرفة درجة الارتباط بين تغيرات (Y) و تغيرات (X) و هو محصور في المجال $[-1,1]$.

- إذا كان : $r = 1$ هناك ارتباط كلي بين (X) و (Y).
- إذا كان: $r = -1$ هناك ارتباط كلي سالب.
- إذا كان : $r = 0$ فانه لا توجد علاقة بين تغيرات (X) و (Y) أما الصيغة الجبرية لمعامل الارتباط فهي:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}} = \frac{COV(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$$

5.1. حساب معامل التحديد:

هـذا المعامـل يقـيس جـودة التوفيـق أي يوضـح نسـبة الانحرافـات لقـيم (Y) الموضحة في النموذج بالنسبة للانحرافات الكلية، و هو عدد موجب محصور بين $[1,0]$ و يرمز له بالرمز: R^2 حيث:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y-\bar{y}\right)^2=\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}_i-\bar{y}\right)+\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\hat{y}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2=\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}-\bar{y}\right)+\sum_{i=1}^{n}e_i^2$$

$$TSS=ESS+RSS$$

و بقسمة طرفي المعادلة على: $\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2$ نحصل على:

$$1=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}-\bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}-\bar{y}\right)^2}+\frac{\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\sum\left(y_i-\bar{y}\right)^2}$$

$$1=\frac{RSS}{TSS}+\frac{ESS}{TSS}$$

$$1=R^2+\frac{\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}$$

$$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}$$

6.1. حساب معامل التحديد المصحح: $\overline{R}^2$:

حيث يكتب على الشكل التالي:

$\overline{R}^2 = 1 - (1 - R^2)[N - 1 / N - 2]$ و بهذا فان R^2 يحل مشكلة جودة التوفيق و يكون حساسا لدرجة الحرية أي المتغيرات المستقبلية داخل المعادلات.

2-نموذج الانحدار الخطي المتعدد:

تقدير النموذج:

رأينا أن النموذج الخطي البسيط (Y) المتغير التابع يرتبط بمتغير مستقل واحد (X) لكن قد يكون (Y) مرتبط بعدة تغيرات (X_j) $(K..., j=1)$فتصبح معادلة الانحدار:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + ... + \beta_k x_{ki} + \varepsilon$$

و للتسهيل نكتب هذه الجملة من المعادلات لكافة قيم (i) على الشكل التالي:

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + ... + \beta_k x_{k1} + \varepsilon_i.$$

$$y_2 = \beta_0 + \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + ... + \beta_k x_{k2} + \varepsilon_i$$

.

.

.

$$y_n = \beta_0 + \beta_1 x_{1n} + \beta_2 x_{2n} + ... + \beta_k x_{kn} + \varepsilon_i$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12}... & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22}... & x_{k2} \\ . & ... & .... & . \\ . & ... & .... & . \\ 1 & x_{1n} & x_{2n}... & x_{k2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

حيث المصفوفة X ذات الرتبة $K.(K \leq n)$.

2.2. تقدير المعالم بطريقة المربعات الصغرى OLS:

لدينا النموذج الخطي العام: $Y = x\beta + \varepsilon$

حيث $\hat{y} = x\hat{\beta}$ ($\hat{\beta}$ شعاع مقدر لـ β)

كما في النموذج الخطي البسيط نصغر مجموع مربعات الأخطاء:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = e'e = \left(y - \hat{y}\right)'\left(y - \hat{y}\right)$$

$$= \left(y - x\hat{\beta}\right)'\left(y - x\hat{\beta}\right)$$

$$= y'y - 2\hat{\beta}x'y + \hat{\beta}'(x'x)\hat{\beta}'$$

$$= y'y - y'x\hat{\beta}' - \hat{\beta}'x'y + \hat{\beta}^t x'.$$

و باشتقاق هذه المعادلة بالنسبة لـ $\hat{\beta}$ نحصل على قيمة هذه الأخيرة:

$$\hat{\beta} = (x'x)^{-1}x'y.$$

3.2. حساب معامل الارتباط:

معامل الارتباط r هو الجذر التربيعي لمعامل التحديد R^2 الذي يتم حسابه كما سيأتي:

حساب معامل التحديد:

كما رأينا في الشكل الخطي البسيط:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS}$$

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = e^t e = \left(y - \hat{y}\right)^t\left(y - \hat{y}\right)$$

$$y'y = \hat{\beta}x'y + e'e$$

$$TSS = RSS + ESS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\hat{\beta} x'y}{y'y}$$

$$\Rightarrow \; r = \sqrt{R^2}$$

4.2. حساب معامل التحديد المصحح: $\overline{R}^2$:

و هو المعروف بالعلاقة التالية:

$$\overline{R}^2 = 1 - \left(1 - R^2\right)\left[N - 1 / N - K\right]$$

و بهذا فان $\overline{R}^2$ يحل محل مشكل جودة التوفيق و يكون حساس لدرجة الحدية أي المتغيرات المستقلة داخل المعادلات.

المطلب الثالث: اختبار الفروض أو الدلالة:

1- **النموذج الخطي البسيط:** $y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$

نعتبر العلاقة بين المتغير المستقل X و المتغير التابع Y و ذلك بوضع الفرضية H_0 التي تنص على عدم وجود علاقة بينهما فتكون الفرضية البديلة H_1 عكس H_0 .

$$H_0 : b = 0$$

$$H_1 : b \neq 0$$

و كذلك الشأن بالنسبة للمعامل α.

و لاختيار إحدى الفرضيتين H_0 أو H_1 نستعمل اختبار Student (T)أو اختبار Fisher (F).

1)− اختبار Student (T):

و يتم هذا الاختبار بحساب الإحصائية التالية:

$$T=\left|\frac{b_1-\beta_i}{S_b}\right|$$

حيث b هو مقدر β و S_b الانحراف المعياري لـ b و بما أن الفرضية H_0 تنص على انعدام b فان قيمة T تصبح: $T=\frac{b}{S_b}$

و يتم قبول أو رفض الفرضية H_0 بمقارنة قيمة T المحصل عليها مع قيمة الجدول لدرجة حرية n-k حيث K هو عدد الوسائط في هذه الحالة (K=2)

.

فإذا كانت T المحسوبة اكبر من T المجدولة فإننا نرفض الفرضية و إذا كانت العكس فنقبل بالفرضية و نفس الشيء ينطبق على الثابت α.

2) اختبار فيشر: Fisher (F):

يوضح لنا اختبار فيشر دلالة النموذج بصورة عامة: و كذلك حساب نسبة الانحرافات الموضحة إلى الانحرافات غير الموضحة بواسطة النموذج.

$$H_0: a=b=0$$

$$H_1: a\neq 0.\ et\ .\ b\neq 0$$

$$F=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}-\bar{y}\right)^2/(K-1)}{\sum_{i=0}^{n}e_i^2/(n/K)}$$

حيث K عدد وسائط النموذج، n عدد الملاحظات و بتعويض (K) بالعدد (2) الذي يمثل عدد المتغيرات المستقلة تكون صيغة F:

$$F=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}-\bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}e_i^2/(n-2)}=\frac{R^2}{\frac{1-R^2}{n-2}}$$

ثم نقارن قيمة F مع القيم المجدولة لمستوى دلالة α و درجتي حرية 1 و n-2 و نقبل أو نرفض فرضية العدم حسب القاعدة التالية:

- إذا كانت قيمة F المحسوبة أقل من القيمة المجدولة $\left(F\langle F_{n-2}\right)$ فإننا نقبل فرضية العدم أي أن X لا يمارس أي تأثير على Y.
- إذا كانت قيمة F المحسوبة اكبر من القيمة المجدولة $(F\rangle F_{n-2}^{1})$ فإننا نرفض فرضية العدم. و معناها أن هناك علاقة بين $(y),(x)$.

2. النموذج الخطي المتعدد:

$$y_i=\beta_0+\beta_1x_{1i}+\beta_2x_{2i}+\ldots+\beta_kx_{ki}+\varepsilon_i.$$

نعتبر العلاقة بين كل المتغيرات المستقلة X و المتغير التابع Y.

بنفس الطريقة التي رأيناها في النموذج الخطي البسيط بحيث نضع فرضية العدم:

$$H_0:\beta_1=\beta_2=\ldots=\beta_k=0$$

$$H_1:\exists\beta_1\neq0$$

أ- اختبار Student:

كما رأينا في النموذج البسيط نحسب قيم T الموافق لكل β_i:

$$T=\left|\frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}}}\right|$$

ثم نقارن قيمة T مع القيم المجدولة لدرجة حرية $(n-k)$ و لمستوى معنوية α.

- إذا كانت $\left(T\langle T_{tab}\right)$ نرفض الفرضية H_0.

- أما إذا كانت $\left(T\langle T_{tab}\right)$ فإننا نقبل الفرضية H_0 لأي أن معامل X ليس له أي تأثير على T.

ب- اختبار فيشر Fisher:

نعوض بقيمة R^2 المحسوبة مع القيم للنموذج العام في صيغة F:

$$F=\frac{R^2/K-1}{\left(1-R^2\right)/n-k}$$

و نقارن F مع القيم المجدولة لدرجتي حرية $(k-1)$ و $(n-k)$ و لمستوى معنوية α.

- إذا كانت: $F\rangle F_{tab}$ فإننا نرفض الفرضية H_0 و نقبل الفرضية H_1.
- و إذا كانت: $F\langle F_{tab}$ فإننا نقبل H_0.

3- اختبار فرضية انعدام الارتباط الذاتي:

تعتمد طريقة المربعات الصغرى على جملة الفرضيات الأساسية التي رأيناها، و من بينها فرضية انعدام الارتباط الذاتي بين أخطاء الفترات المختلفة.

تنص فرضية العدم في اختبار النموذج الخطي بصدد الارتباط الذاتي على انعدام الارتباط الذاتي بين الأخطاء، أي أن معامل الارتباط الخطي بينهما يكون معدوما:

فرضية العدم: $H_0{:}\rho=0$

الفرضية البديلة: $H_1{:}\rho\rangle 0 \quad ou \quad \rho\langle 0$ و للتحقق من وجود أو انعدام الارتباط الذاتي نستعمل:

اختبار (Durbin – Watson):

$$d=\frac{\sum_{t=2}^{n}\left(e_t-e_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}e_t^2}$$

$$d\approx\frac{\sum_{t=2}^{n}\left(e_t-e_{t-1}\right)}{\sum_{t=1}^{n}e_t^2}$$

و بعد حساب d نقارنها بين القيمتين المجدولتين d1 التي تمثل الحد الأدنى لانعدام الارتباط الذاتي و du التي تمثل الحد الأقصى، و ذلك حسب عدد الملاحظات n و عدد المتغيرات المستقلة في النموذج لكل مستويات الدلالة $\alpha(1\%,5\%)$ و يتم قبول أو رفض إحدى الفرضيتين حسب المخطط التالي يوضح كافة الحالات الممكنة:

ارتباط ذاتي موجب	شك	انعدام الارتباط الذاتي	شك	ارتباط ذاتي سالب

0 d_L d_u 2 $4\text{-}d_u$ $4\text{-}d_L$ 4

فقيمة d الوسيط هي 2 و عندما ينعدم الارتباط الذاتي يكون $\rho=0$

$$H_0: d=2 \Rightarrow \rho=0$$

$$H_1: d\neq 2 \Rightarrow \rho\neq 0$$

و يتم القبول أو الرفض حسب الحالات التالية:

1- $0\langle d\langle d_L$ وجود ارتباط ذاتي موجب.

2- $d_L\langle d\langle d_u$ مجال غير محسوم أي هناك شك في وجود أو عدم وجود الارتباط الذاتي.

3- $d_u\langle d\langle 4-d_L$ استقلال الأخطاء أي عدم وجود الارتباط الذاتي.

4- $4-d\langle d\langle 4-d_L$ مجال غير محسوم.

5- $4-d_L\langle d\langle 4$ وجود ارتباط ذاتي سالب.

4- معايير الأداء (Critères des performances):

في الحالة التطبيقية، و في كثير من الأحيان يكون للنموذج عدة صيغ و عند تقدير كل هذه البدائل نجري عليها الاختبارات الواردة في المرحلتين السابقتين نستنتج أن هناك بعض البدائل المرفوضة سواء اقتصاديا أو إحصائيا، و يبقى البعض مقبولا، و لاختيار أحسن نموذج من بين النماذج المقبولة، في هذا الميدان هناك عدة معايير للقيام بذلك منها:

1-اختبار الإستقرارية (Show Test):

الهدف من دراسة استقرارية النموذج هو التعرف على ما إذا كان النموذج لا يتغير هيكله من فترة لأخرى، لذا يتطلب هذا الاختبار تقسيم الفترة المدروسة لظاهرة ما إلى فترتين أو أكثر، و نظرا لأهميته ارتأينا التطرق إلى طريقة استعماله:

ليكن النموذج المقدر:

$$\hat{y}_{1t} = a_0 + b_0 x_t$$

و مجموع مربعات البواقي للفترة t:

$$\Sigma e^2 = \Sigma \left(y_t - \hat{y} \right)^2$$

n: عدد المشاهدات.

و في الفترة الأولى:

$$\hat{y}_{1t} = a_1 + b_1 x_{1t}$$

مجموع مربع البواقي للفترة الأولى:

$$\Sigma e_1^2 = \Sigma \left(y_{1t} - \hat{y}_{1t} \right)^2$$

n_1: عدد المشاهدات.

مجموع مربعات البواقي للفترة الثانية:

$$\hat{y}_{2y}=a_2+b_2x_{2t}$$

و عدد المعالم في النموذج المقدر في الفترة المدروسة يساوي عدد المعالم في المعالم في النموذج الأول و الثاني بعد تقسيم الفترة.

و بعدما تحصلنا على النماذج نقوم بحساب F* كما يلي:

$$F^*=\frac{\left[\Sigma e_\rho^2-\left(\Sigma e_1^2+\Sigma e_2^2\right)\right]/K}{\left(\Sigma e_1^2+\Sigma e_2^2\right)/\left(n_1+n_2-2k\right)}$$

و نقارنها بقيمة F المجدولة عند مستوى الخطأ λ و درجات الحرية

$V_1=k \quad ,V_2=\left(n_1+n_2-2k\right)$ عدد المعالم كما يلي:

إذا كان $F^*\langle F_t$ فان النموذج مستقر و بالتالي صالح للتنبؤ به مستقبلا.

2-معيار متوسط مربع الأخطاء (RMSE) :

في الكثير من الحالات ما تمر عدة نماذج سليمة بالاختبارات السابقة و تكون مستقرة، و لاختيار الأحسن من بينها تستعين بهذا المعيار صيغته:

$$RMSE=\sqrt{\frac{1}{N}\Sigma e_t^2}=\sqrt{\frac{1}{N}\Sigma\left(y_t-\hat{y}_t\right)^2}$$

حيث N عدد المشاهدات.

y_t القيمة الحقيقية .

$\hat{y}_t$ القيمة المقدرة.

e_t البواقي.

كلما اقترب RMSE من الصفر كلما كان النموذج المقدر أحسن و أصلح للتنبؤ.

3- معيار أكاياك AIC:

نستعمل معيار AIC بدلا من Log-Likelihood لأن هذا الأخير يأخذ بعين الاعتبار عدد المعالم في النموذج و هو كالتالي:

$$AIC = -2\log likeihood + 2k = -2\log\phi + 2k$$

حيث k: عدد المعالم.

$$\log likelihood = \log\phi$$

4- معيار NAIC:

و هو عبارة عن حاصل قسمة معيار AIC على عدد المشاهدات و يكتب كما يلي:

$$NAIC = \frac{AIC}{N}$$

5- معيار متباينة تايل (Theil First Inequelity Coefficient) .

تعتمد متباينة تايل أيضا على البواقي و نرمز لها بالرمز TFIC و هي كالتالي:

$$TFIC = \frac{\sqrt{\frac{\Sigma\left(y_t - \hat{y}_t\right)^2}{N}}}{\sqrt{\frac{1}{N}\Sigma y_t^{\ 2}} + \sqrt{\frac{1}{N}\Sigma \hat{y}_t^{\ 2}}} = \frac{RMSE}{\sqrt{\frac{1}{N}\Sigma y_t^{\ 2}} + \sqrt{\frac{1}{N}\Sigma \hat{y}_t^{\ 2}}}$$

حيث :

N: عدد المشاهدات .

y_t : القيم المشاهدة.

$\hat{y}_t$: القيم المقدرة.

إذا المعايير الأربعة تستخدم في اختيار أحسن نموذج و هذا من خلال اختيار النموذج الذي لديه أصغر (NAIC,TFIC, AIC, RMSE).