



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي/الجامعة المستنصرية

كلية الإدارة والاقتصاد/قسم الاحصاء

الدراسات الأولية/المرحلة الثانية

للعام الدراسي 2020-2021



حرب المصفوفات

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

Matrix Multiplication

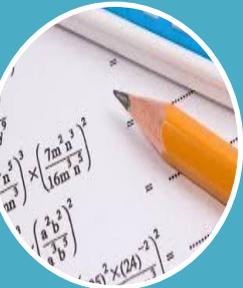
Matrices

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(M) = 1(0-24) - 2(0-20) + 3(0-5) = 1$$

الاستاذ المساعد الدكتورة

سهام علي شهيد مجيد



المصفوفات

كلية الإدارة والاقتصاد/قسم الاحصاء

المرحلة الثانية (صباحي+مسائي)

2021-2020

المحاضرة الاولى

المصفوفات (The Matrix)

1-1 المقدمة: (Introduction)

المصفوفة هي عبارة عن جدول من الأعداد الحقيقية، ويسمى كل سطر من عناصر المصفوفة صفاً (row) ويسمى كل عمود من عناصر المصفوفة عموداً (column) إذا كانت (a_{ij}) هي عناصر المصفوفة A فإننا نكتب

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

كما يمكن تعريف المصفوفة ايضاً بانها مجموعة الاعداد المرتبة على شكل مستطيل او مربع والموضوعة داخل قوسين بـ (المصفوفة (Matrix)) وتخضع لعمليات حسابية معينة ، ويمكن تعريفها وفق الاتي : ((المصفوفة هي منظومة من الاعداد (او الدوال) مرتبة على هيئة صفوف واعمدة بشكل مستطيل او مربع ويرمز للصفوف بالرمز (m) والاعمدة (n) ويرمز للمصفوفة بأحد الاحرف الكبيرة A او B او ... ، على سبيل المثال :

$$(B) \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (A) \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

المصفوفة (A) يمكن اعتبارها مصفوفة المعاملات لمجموعة المعادلات المتجانسة ، وهي:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 7z = 0 \\ x - y + 5z = 0 \end{cases}$$

أو كمصفوفة (B) محددة لمجموعة المعادلات الخطية غير المتجانسة ، وهي:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

ويرمز للاعداد او الدوال بالرمز (a_{ij}) ويطلق عليها بـ (العناصر Element) المصفوفة ، كما في ادناه:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (1)$$

تعريف عناصر المصفوفة ، يشير الدليل الأول (i) في العنصر (a_{ij}) رقم الصف ، و يشير الدليل الثاني (j) رقم العمود الذي يقع فيهما العنصر ، وسيحمل كل عنصر من الصف الثاني العدد 2 كدليل أول كما يحمل كل عنصر من العمود الخامس الرقم 5 كدليل ثاني. تعرّف كل مصفوفة ذات m من الصفوف و n من الاعمدة بانها من درجة $(m \times n)$ ويقراً ذلك: المصفوفة من الدرجة m في n ، يقال للمصفوفة (1) في بعض الاحيان المصفوفة $[a_{ij}]$ ذات الدرجة $m \times n$ أو المصفوفة $A = [a_{ij}]$ ذات الدرجة $m \times n$. وعندما تكون الدرجة محددة ومعروفة سنكتب بشكل مختصر " المصفوفة A " .

1 2 بعض انماط المصفوفات: (Some of Styles matrices)

من اشكال المصفوفات الاتي :

1. المصفوفة المربعة (Square Matrix): إذا كانت مصفوفة عدد صفوفها = عدد اعمدها $m = n$ ، فإن المصفوفة (1) تكون مربعة ويمكن عندئذ تسميتها مصفوفة مربعة من الدرجة n او مصفوفة مربعة $(n \times n)$. ومنها:

a- المصفوفة المثلثة السفلى: عناصر ما فوق القطر اصفار $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ او $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b- المصفوفة المثلثة العليا: عناصر ما تحت القطر اصفار $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ او $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

c- المصفوفة القطرية (Diagonal Matrix): كل العناصر فوق القطر وتحت اصفار $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ او $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

من خصائص المصفوفة القطرية :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \rightarrow A^n = \begin{pmatrix} a_{11}^n & 0 \\ 0 & a_{22}^n \end{pmatrix}$$

مثال (1): إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ فأوجد A^5 وكذلك اذا كانت $B^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$ فأوجد B .

$$A^5 = \begin{pmatrix} 1^5 & 0 & 0 \\ 0 & 2^5 & 0 \\ 0 & 0 & (-1)^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix} \rightarrow B = \begin{pmatrix} \pm 2 & 0 \\ 3 & \pm 5 \end{pmatrix} \text{ اربع مصفوفات}$$

d- مصفوفة الوحدة (Identity Matrix): هي قطرية (ما فوق وما تحت القطر اصفار) وعناصر قطرها الواحد

الصحيح، ويرمز لها بالرمز I على سبيل المثال: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ او $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

من خصائصها انها تعد المحايد الضربي اي :

$$I^n = I \text{ و } AI = IA = A$$

محاضر ا.د. سهلا علي شيبلا