الجامعة المستنصرية
كلية الادارة والاقتصاد/ قسم الاحصاء
الدراسات العليا/الدبلوم العالي/ الاحصاء الحياتي

تصميم التجارب الحياتية

(محاضرة ٤)

تصميم القطاعات الكاملة العشوائية

Complete Randomize Block Design

اعداد
أ.م.د. سهاد علي شهيد التميمي

2020

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

Complete Randomized Block Design

في التصميم السابق (تام التعشية) كان الشرط لاستخدامه هو تجانس الوحدات التجريبية. وفى كثير من الأحيان لا يتوافر هذا الشرط وبالتالي فإن عدم التجانس هذا سوف يؤدى إلى إخفاء أثر المعاملات التي يرغب المجرب في دراستها بالإضافة إلى أن هذه الاختلافات تعتبر من المتغيرات المزعجة nuisance variables والتي يمكن تقليل أثرها عن طريق استخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة. وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم فى حالة:

١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.

٢- إمكانية توزيع الوحدات التجريبية على هيئة قطاعات blocks بحيث أن الاختلافات بين الوحدات التجريبية داخل كل قطاع within blocks أقل من تلك التي بين القطاعات among blocks.

٣- التوزيع العشوائى لمستويات التجربة على الوحدات التجريبية داخل كل قطاع.

ويمكن الوصل إلى تجانس الوحدات التجريبية داخل كل قطاع بعدة طرق تعتمد على نوعية الدراسة. فمثلا عندما يكون هناك عدم تجانس فى اتجاه واحد فقط كما فى حالة إجراء تجربة لاختبار مجموعة أصناف جديدة من محصول معين وقطعة الأرض المتاحة للتجربة تقع بجوار قناة رى الأمر الذى يسئ إلى صرف التربة المجاورة للقناة مباشرة، بينما يتحسن الوضع تدريجياً كلما تم الابتعاد عن القناة، كما هو موضح فى شكل ١٥-٣. فلو أن المجرب تجاهل هذا الأمر تماماً وصمم تجربته بالتصميم كامل العشوائية فقد يتكرر صنف مرة أو أكثر في جزء سيئ التربة بالصدفة المحضة أو في جزء جيد من التربة، ويعزى الأداء في هذه الحالة إلي أداء الصنف نفسه مع العلم بأن التربة كانت عاملاً مؤثراً في التجربة. لذا يلجأ المجرب إلى تقسيم قطعة الأرض (أو مادته التجريبية) إلى قطاعات blocks، كل منها متجانس بقدر الإمكان. ثم توزع الأصناف عشوائيا في كل قطاع على حدة، وبذلك يضمن المجرب أنه في كل مستوى من المستويات جودة التربة ممثلة في القطاعات المختلفة وأن كل صنف أو معاملة سوف يمثل. لذا فإن تقسيم المادة التجريبية إلى قطاعات يكون عمودياً على اتجاه الاختلاف كما فى الشكل ١٥-٣. وفى هذه الحالة فإن العامل الأساسى الذى يحدد عدد القطاعات هو الحجم الذى يعتبر متجانساً بقدر الإمكان. وقد لا يكون الاتجاه ثابتاً فى كل المادة التجريبية كأن تزيد خصوبة التربة ثم تقل ثم تزيد مثلاً. وفى هذه الحالة

يضا يمكن تقسيم المادة التجريبية إلى قطاعات بحيث فى النهاية يكون كل قطاع متجانسا بقدر الإمكان.

تزداد جودة التربة فى هذا الاتجاه

شكل ١٥-٣ تكوين القطاعات عمودياً على اتجاه عدم التجانس

أما سبب وصف هذا التصميم "بالكاملة complete" لأنه فى بعض الأحيان يكون عدد المعاملات كبير بحيث لا يسمح بوضعها كلها فى قطاع واحد لضمان التجانس. وفى هذه الحالة تقسم المعاملات بطريقة معينة بحيث يحتوى القطاع على جزء فقط من المعاملات وفى هذه الحالة يسمى التصميم "بغير الكاملة incomplete".

التعشية Randomization

بعد تحديد عدد القطاعات يقسم كل قطاع إلى أجزاء متساوية بعدد مستويات المعاملة ثم توزع مستويات المعاملة عشوائياً فى كل قطاع على حدة. ويجب التنويه بوجوب استقلالية عملية التعشية من قطاع إلى آخر. فلو فرض أن هناك 5 مستويات من معاملة معينة (أ – ب – ج – د – هـ) وحدد عدد القطاعات بثلاثة فإنه من الممكن أن تكون " خريطة الواقعية للتعشية كما يلى:

القطاعات		
I	II	III
د	ب	أ
ب	أ	ج
أ	ج	هـ
ج	هـ	د
هـ	د	ب

النموذج الإحصائى

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

حيث تمثل الكمية μ المتوسط العام فى حين أن الكمية α_i هى تأثير الصف i ، β_j هى التأثير الخاص بالعمود j وأن الكمية ε_{ij} هى الخطأ الطبيعى والذى يفترض أن قيمته تكون مستقلة وتتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الصفر وتباينه σ_e^2 أى أن $\varepsilon \sim NID(0, \sigma_e^2)$.

وبالتالى تصبح فروض العدم

$$H_o : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r$$

والفرض البديل H_1: على الأقل هناك قيمة واحدة من α_i لا تساوى صفراً.

$$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_c$$

والفرض البديل H_1: على الأقل هناك قيمة واحدة من β_j لا تساوى صفراً.

تحليل القطاعات العشوائية

ويلاحظ أن الثلاثة مجاميع للمربعات التى ينقسم إليها مجموع المربعات الكلى يؤول كل منها إلى مصدر من مصادر الاختلافات.

فى صورة مكونات مجاميع المربعات بالمعادلة التالية:

$$TSS = RSS + CSS + ESS$$

وكل منها يمثل جزءاً من مجاميع المربعات

مجموع المربعات الكلى:

$$\text{Total sum of squares (TSS)} = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}..)^2$$

مجموع المربعات للصفوف:

$$\text{Row sum of squares (RSS)} = c\sum_i (\bar{Y}_i. - \bar{Y}..)^2$$

مجموع المربعات للأعمدة:

$$\text{Column sum of squares (CSS)} = r\sum_j (\bar{Y}._j - \bar{Y}..)^2$$

مجموع المربعات للخطأ:

$$\text{Error sum of squares (ESS)} = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_i. - \bar{Y}._j + \bar{Y}..)^2$$

اختبار الفرضيات

ولاختبار أى من الفرضين السابقين الخاصين بتأثيرات الصفوف أو الأعمدة فإن متوسط المربعات المراد اختباره سواء S_R^2 أو S_C^2 تختبر بالمقارنة بـ S_E^2 وذلك بقسمة متوسط المربعات المختبر على S_E^2 وهذا يعطى قيمة لها توزيع F فى حالة ما إذا كان فرض العدم صحيحاً وقيمة F الجدولية بمستوى المعنوية المفترض.

ففى حالة اختبار تأثير الصفوف يكون $F_R = S_R^2 / S_E^2$ بدرجات حرية $(r-1)$ للبسط و $(r-1)(c-1)$ للمقام. أما فى حالة اختبار تأثير الأعمدة تكون قيمته $F_C = S_C^2 / S_E^2$ بدرجات حرية $(c-1)$ للبسط و $(r-1)(c-1)$ للمقام.

مجموع المربعات الكلى TSS يحسب أولا من المشاهدات. ومن مجاميع الصفوف والأعمدة يتم حساب RSS، CSS ثم بالطرح يحسب مجموع المربعات للخطأ كالتالى:

$$ESS = TSS - RSS - CSS$$

ويمكن أيضاً توضيح الكيفية والمعادلات التى يتم بواسطتها حساب مجاميع المربعات المصححة الكلية وللصفوف وللأعمدة من المجاميع كالتالى:

$$TSS = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{rc}$$

$$RSS = \sum_i \frac{Y_{i.}^2}{c} - \frac{Y_{..}^2}{rc}$$

$$CSS = \sum_j \frac{Y_{.j}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{rc}$$

وبالتالى يمكن تلخيص حسابات مجاميع المربعات وتحليل التباين الثنائى التقسيم

تحليل التباين ثنائي التقسيم (مشاهدة واحدة في كل خلية)

SOV	df	SS	MS	F
بين متوسطات الصفوف (المعاملات)	$(r-1)$	RSS	$S_R^2 = \frac{RSS}{r-1}$	$F_R = \frac{S_R^2}{S_E^2}$
بين متوسطات الأعمدة (القطاعات)	$(c-1)$	CSS	$S_C^2 = \frac{CSS}{c-1}$	$F_C = \frac{S_C^2}{S_E^2}$
الخطأ	$(r-1)(c-1)$	ESS	$S_E^2 = \frac{ESS}{(r-1)(c-1)}$	
المجموع	$(rc-1)$	**TSS**		

مثال

الجدول يمثل النتائج المتحصل عليها من تجربة استخدمت فيها ثلاثة أصناف من القمح أدخلت فى تجربة لتقدير تأثير أربعة معاملات من التسميد على المحصول الناتج حيث تمثل كل مشاهدة أو خلية من الاثنتى عشرة مشاهدة توليفة معاملة treatment combination وهى فى هذه الحالة يمثلها رقم واحد هو قيمة المحصول الناتج فى هذه الخلية Y_{ij} والتى تمثل التقاء المعاملة التسميدية i بالصنف من القمح j حيث يمكن تمثيل المشاهدات أو الخلايا

معاملات التسميد	أصناف القمح			المجموع	المتوسط
	أ	ب	ج		
١	64	72	74	**210**	**70**
٢	55	57	47	**159**	**53**
٣	59	66	58	**183**	**61**
٤	58	57	53	**168**	**56**
المجموع	**236**	**252**	**232**	**720**	**60**

يلاحظ أن المشاهدة Y_{13} تمثل معاملة السماد الأولى وصنف القمح الثالث وقيمتها 74، فى حين أن Y_{42} تمثل المشاهدة التى تنتمى للمعاملة الرابعة فى الصنف الثانى وقيمتها 57.

اختبر فرضى العدم التاليين

١- أنه لا توجد فروق بين متوسطات المحصول لمعاملات التسميد المختلفة المجربة.

٢- أنه لا توجد فروق بين متوسطات المحصول لأصناف القمح المختلفة المزروعة.

لمعاملات التسميد:

$$H_o : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$$

H_1 : على الأقل واحدة من قيم α لا تساوى صفر

لأصناف القمح:

$$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

وبافتراض أن الاختبار سيجرى على مستوى معنوية 5%

يحسب مجموع المربعات الكلى TSS كالتالى:

$$TSS = (64)^2 + (55)^2 + \cdots + (53)^2 - \frac{(720)^2}{12} = 662$$

يحسب مجموع المربعات بين الصفوف RSS كالتالى:

$$RSS = \frac{(210)^2 + (159)^2 + (183)^2 + (168)^2}{3} - \frac{(720)^2}{12} = 498$$

يحسب مجموع المربعات بين الأعمدة CSS كالتالى:

$$CSS = \frac{(236) + (252) + (232)}{4} - \frac{(720)^2}{12} = 56$$

يحسب مجموع المربعات للخطأ ESS كالتالى:

$$ESS = 662 - (498 + 56) = 108$$

ويلخص بالتالى تحليل التباين للبيانات فى جدول

SOV	df	SS	MS	F
بين معاملات التسميد	3	498	166	$\frac{166}{18} = 9.22^{*}$
بين أصناف القمح	2	56	28	$\frac{28}{18} = 1.56$
الخطأ	6	108	18	
الكلى	**11**	**662**		

ومن نتائج تحليل التباين يتضح:

١- أنه لا يمكن قبول فرض العدم الخاص بتساوى تأثير معاملات التسميد على متوسط المحصول حيث إن قيمة F المحسوبة تزيد عن القيمة الجدولية والتى قيمتها $F_{(3,6,.05)} = 4.76$.

٢- أنه لا يوجد ما يؤدى إلى الاعتقاد بأن هناك اختلافاً بين متوسط محصول أصناف القمح المجربة وبالتالى لا يمكن رفض فرض العدم الخاص بذلك لأن قيمة F المحسوبة تقل عن القيمة الجدولية والتى قيمتها $F_{(2,6,.05)} = 5.14$.

حساب الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

يسمح تصميم القطاعات العشوائية الكاملة للمجرب بتقليل الاختلافات بين الوحدات التجريبية عن طريق فصل جزء من التباينات الكلية والراجع إلى القطاعات وبالتالى خفض قيمة الخطأ التجريبى. ولقد سبق ذكر أن كفاءة أى تصميم تتناسب أساسا تناسبا عكسياً مع قيمة الخطأ التجريبى، وإلى درجة أقل تتناسب طردياً مع درجات الحرية للخطأ. وبعد إجراء وتنفيذ تصميم إحصائى معين قد يتساءل المجرب: هل استفادت التجربة فعلا من التصميم المتبع بالنسبة إلى تصميم آخر كان يمكن إتباعه؟. ففى المثال ٥-١-٣ ما الذى استفادته التجربة من كونها صممت على هيئة قطاعات عشوائية كاملة بالنسبة مثلا إلى ما لو اتبع التصميم تام التعشية. ويمكن حساب هذه الكفاءة النسبية relative efficiency (RE) كما يلى:

$$RE = \frac{(n-1)M_B - n(k-1)M_E}{(nk-1)M_E}$$

MB = متوسط مربعات القطاعات،

ME = متوسط مربعات الخطأ،

n = عدد القطاعات،

k = عدد مستويات المعاملة

واجب بيتي : جد قيمة RE بالنسبة لنتائج المثال السابق

واجب بيتي

أجريت تجربة على أثر ٣ معاملات فى قطاعين على وزن العجول بالكيلوجرام عند عمر 100 يوماً، وكانت النتائج كما يلى:

	القطاع الأول	القطاع الثانى
المعاملة ١	87.3	81.2
	79.1	92.3
	75.4	79.1
	89.1	84.5
المعاملة ٢	69.5	72.8
	69.1	80.4
	75.9	73.6
	73.2	86.4
المعاملة ٣	74.1	74.5
	57.3	75.5
	65.9	65.4
	71.8	68.6

واجب بيتي

المطلوب

أكتب النموذج الإحصائى الذي يصف هذه البيانات وحلل التباين طبقا للنموذج الإحصائى. ما نوع التصميم؟

اختبر الفروض الإحصائية المختلفة.

اختبر كفاءة التصميم بالنسبة لتصميم تام التعشية

الطلبة الاعزاء يرجى قراءة المحاضرة جيدا
وحل الواجب البيتي وارساله عبر برامج
التواصل المتوفرة
تحياتي ودعائي بالسلامة للجميع