

الجامعة المستنصرية

كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء
الدراسات الأولية-المرحلة الأولى

التكامل

المحاضرة (١)

التكامل وعملية التكامل - صيغ وقوانين التكامل

إعداد

أ.م.د. سهاد علي شهيد التميمي

التكامل وعملية التكامل The Integral and Integration

التكامل: يعرف التكامل بأنه عملية إيجاد الدالة التي تم معرفة مشتقتها ، وهي تمثل العملية العكسية للتفاضل ، حيث يطلق عليها عكس التفاضل Ant differentiation او عكس المشتقة Ant derivative وهي عملية رياضية حسابية مقابلة لعملية التفاضل مثلما الطرح عملية حسابية مقابلة لعملية الجمع وكذلك عملية القسمة مقابلة لعملية ضرب القيم وغيرها من العمليات الحسابية التي تمتلك مقابلات رياضية تفتش عن وجها المقابل .

ولما كان التفاضل هو تجزئة الدالة الى اجزاء معينة تناسبية مع طبيعة التفاضل وطريقته وطبيعة الدالة وشكلها ، فان التكامل يمثل عملية تجميع لهذه الاجزاء ، اي إيجاد الدالة الاصلية نفسها ، ومن هذا فان التكامل هو عكس التفاضل وبصورة عامة لاتوجد قاعدة عامة للتكامل اذ انه ليس من الضروري ان يكون للدالة تكامل

$$y = f(x)$$

فان تكاملها يكون بالشكل الاتي:

$$y = \int f'(x) dx$$

اذ ان :

\int = علامة ترمز الى التكامل .

القوانين الأساسية في التكامل (الدوال)

$$1-) \int du = u(x) + c$$

$$2-) \int a u(x) dx = a \int u(x) dx$$

$$3-) \int [u(x) + v(x)] dx = \int u(x) dx + \int v(x) dx$$

$$4-) \int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1}, \text{ when } n \neq -1$$

$$5-) \int u^{-1} du = \int \frac{1}{u} du = \ln u + c$$

$$6-) \int \frac{c}{ax+b} dx = \frac{c}{a} \ln|ax+b| + c$$



القوانين الأساسية في التكامل (الدوال الأسية واللوغارتمية)

$$1-) \int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$2-) \int e^u du = e^u + c$$

$$3-) \int \ln x dx = x \ln x - x + c$$

$$4-) \int \log_a x dx \\ = x \log_a x - \frac{x}{\ln a} + c$$



2- تكامل الواحد صحيح يساوي

$$y = \int dx$$
$$\therefore y = x$$

3- تكامل الكمية الثانية

$$y = \int C dx$$
$$y = C X$$

4- تكامل الدالة الاسية

$$y = \int e^x dx = e^x + K$$
$$\ln_e e = 1 \quad , e = 2.72$$

وتكامل

$$y = \int e^{cx}$$
$$y = \int e^{cx} dx = \frac{1}{c} e^{cx} + K$$



مثال 1

أوجد $\int x^{10} dx$

الحل

$$\int x^{10} dx = \frac{1}{10+1} x^{10+1} + C = \frac{1}{11} x^{11} + C$$

مثال 2

أوجد $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

الحل

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{x}} &= \int \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C \\ &= 2x^{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{x} + C \end{aligned}$$



مثال 3

أوجد $\int (3x^3 + 2x^2) dx$

الحل

$$\begin{aligned}\int (3x^3 + 2x^2) dx &= 3 \int x^3 dx + 2 \int x^2 dx = 3 \frac{x^4}{4} + 2 \frac{x^3}{3} + C \\ &= \frac{3}{4} x^4 + \frac{2}{3} x^3 + C\end{aligned}$$

مثال 4

أوجد $\int \left(x^2 + \frac{3}{x} \right) dx$

الحل

$$\int \left(x^2 + \frac{3}{x} \right) dx = \int x^2 dx + 3 \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{3} x^3 + 3 \ln|x| + C$$



تمارين (1-1)

أوجد التكاملات الآتية:

$$(1) \int k dx \text{ حيث أن } k \text{ مقدار ثابت.}$$

$$(2) \int (ax + b) dx \text{ حيث أن } a \text{ و } b \text{ مقداران ثابتان.}$$

$$(3) \int \frac{4}{x^3} dx$$

$$(4) \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$(5) \int \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$$

$$(6) \int \frac{2x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{7}{6}}}{x^3} dx$$



مع خالص دعائي بالتفوق والنجاح
ودمتم بخير وسلامة ان شاء الله

