



الجامعة المستنصرية
كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء
الدراسات العليا/الدبلوم العالي/ الاحصاء الحياتي

تصميم التجارب الحياتية
(محاضرة ٥)

تصميم المربع اللاتيني

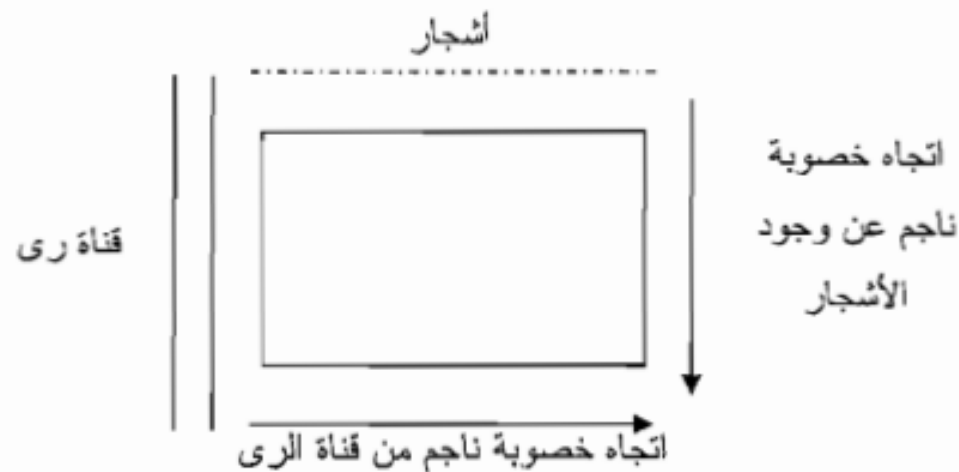
Latin Square Design



اعداد
أ.م.د. سهاد علي شهيد التميمي
2020

تصميم المربع اللاتيني Latin Square Design

تم التطرق سابقاً إلى تصميم القطاعات العشوائية حيث أن هناك اتجاهها واحدا للاختلاف بين الوحدات التجريبية والذي تكون فيه القطاعات عمودية على هذا الاتجاه. وطبيعي أن يفكر المجرب أنه ربما يكون هناك أكثر من اتجاه لهذه الاختلافات. فمثلا إذا فرض أن هناك قطعة أرض ويراد إجراء التجربة عليها وأحد جوانب هذه الأرض محدود بقناة رى مما سينجم عنه اختلاف فى الخصوبة فى اتجاه معين. ويمكن أيضاً تصور أن الجانب العمودى على هذا الجانب ملاصق لصف من الأشجار العالية التى تؤثر على نمو النباتات بحجبها لضوء الشمس والعناصر الغذائية بدرجات متفاوتة تتوقف على بعد النبات عن الأشجار.



وعليه فلو أن المجرب استخدم التصميم العشوائى القائم لكانت هناك فرصة أن تتوزع المعاملات بصورة غير متوازنة بالنسبة لمستويات الخصوبة الناجمة عن القناة أو عن الأشجار وإذا استخدم تصميم القطاعات العشوائية معتبراً الأشجار فقط فإن المعاملات تتوزع بصورة غير متزنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن قناة الري ... وهكذا. لذا فإن المجرب حريص على أن تمثل معاملاته بدرجة متوازنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن وجود الأشجار وأيضاً الناتج عن قناة الري. ونصميم المربع اللاتينى يوفر للمجرب هذا الشرط . وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم فى حالة:

- ١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.
- ٢- لابد من عدم وجود تداخل بين الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة للمربع.
- ٣- تساوى عدد الصفوف والأعمدة مع عدد مستويات المعاملة. وهذا الاتزان من الصعب الوصول إليه فى المربعات التى تكون أكبر من 8×8 حيث تزداد المساحة كثيراً مما يهدد بزيادة عدم التجانس لعوامل أخرى غير تلك المعتبرة فى الدراسة.
- ٤- التوزيع العشوائى لمستويات المعاملة على الصفوف والأعمدة بشرط أن كل مستوى من مستويات المعاملة يظهر مرة واحدة فى الصف ومرة واحدة فى العمود.

التعشبية Randomization

إذا استخدم شكل ١٥-٤ للشرح فإنه يمكن تقسيم قطعة الأرض عمودياً على اتجاه عدم التجانس الناجم عن قناة الري وبهذا تنشأ قطاعات سوف يصطلح تسميتها باسم الأعمدة columns، وإذا كونت قطاعات عمودية على اتجاه عدم التجانس الناجم عن الأشجار سينشأ قطاعات يطلق عليها صفوفاً rows. وشرط من شروط استخدام تصميم المربع اللاتيني، كما سبق ذكره، هو أن يكون عدد الأعمدة يساوي عدد الصفوف يساوي عدد مستويات المعاملة. يتم توزيع مستويات المعاملة على الأعمدة والصفوف بطريقة عشوائية بشرط أن كل مستوى يمثل مرة في كل صف ومرة في كل عمود. وسيرمز لمستويات المعاملة بالحروف اللاتينية. المربع القياسي standard square هو ذلك المربع الذي يترتب فيه المعاملات في العمود الأول أو في الصف الأول ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً. فإذا كان هناك معاملة ذات مستويين فإنه يوجد مربع قياسي واحد هو:

A	B
B	A

A	B	C
B	C	A
C	A	B

وفي حالة معاملة لها ثلاثة مستويات فإنه يوجد مربع قياسي واحد هو:

لاحظ أن كل معاملة ممثلة مرة في كل عمود ومرة في كل صف، ويتبادل مواقع كل من الأعمدة فيما بينها وكل من الصفوف فيما بينها في المربع 3×3 يمكن الحصول على ١٢ مربعا هي المربعات الممكنة كما يلي:

A	B	C	A	C	B	B	C	A	B	A	C
B	C	A	B	A	C	C	A	B	C	B	A
C	A	B	C	B	A	A	B	C	A	C	B
C	B	A	C	A	B	A	B	C	A	C	B
A	C	B	A	B	C	C	A	B	B	C	A
B	A	C	B	C	A	B	C	A	C	A	B
B	C	A	B	A	C	C	B	A	C	A	B
A	B	C	A	C	B	B	A	C	B	C	A
C	A	B	C	B	A	A	C	B	A	B	C

أما في حالة المربع 4×4 فإنه يوجد عدد أربعة مربعات قياسية ولكل منها عدد من المربعات الممكن تكوينها وهي $4!(4-1)! = 144$ ، وبالتالي فإن مجموع المربعات الممكن تكوينها هي ٥٧٦ مربعا منها ٤ قياسية هي:

النموذج الإحصائي Statistical Model

بجانب المتوسط والخطأ التجريبي هناك ثلاث مؤثرات هي الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة. وإذا فرض أن عدد المعاملات = عدد الصفوف = عدد المعاملات n فإنه يمكن توصيف النموذج الإحصائي كما يلي:

$$Y_{ijk} = \mu + r_i + c_j + t_k + e_{ijk}$$

Y_{ijk} : الملاحظة على الوحدة التجريبية في العمود j والصف i والمعاملة k ,

μ : المتوسط،

e_{ijk} : الخطأ لهذه الملاحظة،

$i = j = k = 1, 2, \dots, n$ أي أن عدد الصفوف = عدد الأعمدة = عدد المعاملات n

والافتراضات اللازمة لتحليل التباين وحساب المتوسطات هي أن

$$\sum r_i = \sum c_j = \sum t_k = \sum e_{ijk} = 0$$

ودرجات الحرية للتباين الكلي من المتوسط $= (n^2 - 1)$

ودرجات الحرية لكل من الأعمدة والصفوف والمعاملات $= (n - 1)$

ودرجات الحرية للخطأ $= (n - 1)(n - 2)$

مثال

أراد مجرب في أحد البلاد الحارة أن يختبر أربعة أنواع من الهوايات في حظائر مائية اللبن وكان لديه أربعة حظائر، والأبقار عنده مقسمة إلى تلك التي تحلب في موسمها الأول أو الثاني أو الثالث أو الأكثر من ذلك. صمم المجرب تجربته باعتبار موسم الحليب هو الأعمدة والحظائر هي الصفوف وأنواع الهوايات هي المعاملات (أي كمربع لاتيني 4×4). وكان إنتاج اللبن بالكيلوجرام كما هو مبين في جدول

ويمكن إجراء التحليل كما يلي:

مجموع المعاملات: $D = 14240$ ، $C = 16110$ ، $B = 15850$ ، $A = 17610$

متوسط المعاملات: $D = 3560$ ، $C = 4027.5$ ، $B = 3962.5$ ، $A = 4402.5$

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= (1870)^2 + (4280)^2 + \dots + (4490)^2 - \frac{(63810)^2}{16} = 15006043.7$$

إنتاج اللبن بالكيلوجرام لأبقار مختلفة المواسم في أربعة تصميمات من الحظائر بها أربعة أنواع من الهوايات.

الموسم الأول	الموسم الثاني	الموسم الثالث	الموسم الرابع	المجموع	المتوسط
الحظيرة الأولى	1870 D	4280 C	3660 B	4840 A	14650 3662.5
الحظيرة الثانية	2150 C	4500 B	4880 A	4410 D	15940 3985.0
الحظيرة الثالثة	3200 B	4140 A	5010 D	5320 C	17670 4417.5
الحظيرة الرابعة	3750 A	2950 D	4360 C	4490 B	15550 3887.5
المجموع	10970	15870	17910	19060	63810
المتوسط	2742.5	3967.5	4477.5	4765	3988.1

مجموع المربعات بين الأعمدة

$$= \frac{(10970)^2 + \dots + (19060)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 9580118.7$$

مجموع المربعات بين الأعمدة

$$= \frac{(10970)^2 + \dots + (19060)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 9580118.7$$

مجموع المربعات بين الصفوف

$$= \frac{(14650)^2 + \dots + (15550)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 1202118.7$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(17610)^2 + \dots + (14240)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 1428818.7$$

مجموع مربعات الخطأ

$$= 15006043.7 - 9580118.7 - 1202118.7 - 1428818.7 = 2794987.69$$

تحليل التباين لتجربة تأثير نوع الهوايات على إنتاج الأبقار والمصممة
كمرعب لاتينى ٤ x ٤

SOV	df	SS	MS
الأعمدة (موسم الحليب)	3	9580118.7	3193372.9
الصفوف (الحظائر)	3	1202118.7	400706.2
المعاملات (الهوايات)	3	1428818.7	476272.9
الخطأ	6	2794987.6	465831.3
الكلى عن المتوسط	15	15006043.7	

ويمكن اختبار فرض العدم أن مواسم الحليب متساوية أى عمود ١ = عمود ٢ -
عمود ٣ = عمود ٤ بواسطة:

$$F = 3193372.9 / 465831.3 = 6.86$$

وهى معنوية ويرفض الفرض.

واختبار فرض العدم أن الحظائر كلها متساوية أى صف ١ = صف ٢ = صف ٣ -
صف ٤ بواسطة:

$$F = 400706.2 / 465831.3 = 0.86$$

وهى غير معنوية ولا يرفض فرض العدم.

كما يمكن اختبار فرض العدم أن المعاملات متساوية بواسطة:

$$F = 476272.9 / 465831.3 = 1.02$$

وهى غير معنوية، وعليه لا يرفض فرض العدم أى أنه لا يوجد ما يدل على أن
الهوايات مختلفة عن بعضها.

كفاءة المربع اللاتيني

كفاءة المربع اللاتيني بالنسبة للتصميم تام العشوائية

$$= \frac{M_r - M_c - (n - 1)M_e}{(n + 1)M_e}$$

حيث M_r ، M_c ، M_e ، n هي متوسط المربعات لكل من الصفوف والأعمدة والخطأ وعدد الصفوف، على التوالي. وبالتطبيق على البيانات المذكورة في مثال هذه النسبة تساوي:

$$= \frac{400706.2 - 3193372.9 - (4 - 1)(465831.3)}{(4 + 1)(465831.3)} = 2.14$$

أي أن تصميم المربع اللاتيني أكفاً من التام العشوائية بنسبة 214% .

بينما كفاءة تصميم المربع اللاتيني بالنسبة لتصميم القطاعات العشوائية مع اعتبار أن الأعمدة هي القطاعات تقاس بالمعادلة:

$$= \frac{M_c - (n - 1)M_e}{nM_e}$$

بينما إذا اعتبر أن الصفوف هي القطاعات فإن المعادلة تصبح:

$$= \frac{M_r - (n - 1)M_e}{nM_e}$$

وبالتطبيق على البيانات المذكورة في مثال فإن النسبة الأولى تساوي:

$$= \frac{3193372.9 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 2.46$$

والمعادلة الثانية تساوي:

$$= \frac{400706.2 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 0.97$$

الواجب البيتي

- اعمل مقارنة بين التصاميم (تام التعشية، القطاعات كاملة العشوائية، المربع اللاتيني) من حيث:
- المميزات
- العيوب
- التعشية
- الكفاءة النسبية
- واختبار الفرضيات
- درجات حرية الخطأ
- متوسط مربعات الخطأ

الطلبة الاعزاء يرجى قراءة المحاضرة جيدا
وحل الواجب البيتي وارساله عبر برامج
التواصل المتوفرة
تحياتي ودعائي بالسلامة للجميع