***المشتقات وتطبيقاتها***

***The Derivatives and it's applications***

**تعتبر المشتقة للدالة من المفاهيم الرياضية المهمة والأوسع استخداماً في الدراسات المختلفة, وفي الدراسات الاقتصادية خاصة.**

**تُستخدم المشتقات لقياس معدلات التغيير, وبواسطتها يمكن دراسة الحساسية التي تتأثر بها الدالة عندما يطرأ أي تغيير على المتغير المستقل *x* .**

**فمثلاً من مصلحة رب العمل أن يعرف التغير في عدد وحدات البيع عندما يتغير السعر.**

**وهناك العديد من الأمثلة التي تعتمد على تطبيق المشتقة, ومنها الزيادة في كلفة الإنتاج نتيجة الزيادة أو التغير في الوحدات المنتجة او التغير في الأعداد السكانية مع التقدّم في الزمن.**

**وحالياً سنتناول تطبيقات التحليل الحدّي , ومنها الكلفة الحدّية والعائد الحدّي, وكذلك الربح الحدّي.**

**مفاهيم ومصطلحات وقوانين تخص التحليل الحدّي:**

* + **الكلفة الكلية C(*x*) ← Total Cost**
  + **الإيراد (العائد) الكلي R(*x*) ← Total Revenue**
  + **الربح الكلي T.P(*x*) ← Total Profit**
  + **كل مفهوم حدّي نحصل عليه من اشتقاق نفس المفهوم الكلي.**
  + **الكلفة الحدّية** **(*x*) ← Marginal Cost**
  + **الإيراد الحدّي**  **(*x*) ← Marginal Revenue**
  + **الربح الحدي .P(*x*) ← Marginal Profit**
  + **الإيراد (العائد) الكلي = الربح الكلي + الكلفة الكلية**

**R(*x*) = T.P(*x*) + C(*x*)**

* + **العائد الحدّي = الربح الحدّي + الكلفة الحدية**

**(*x*) = .P(*x*) + (*x*)**

* + **العائد = الربح + الكلفة بشكلٍ عام**

**مثــال: شركة صناعية تبين أن دالة الإيراد الكلي لها عند بيع (*x*) من الوحدات المصنعة هي:**

**R(*x*) = 3*x*2 + 2*x* + 2**

**وأنَّ دالة الكلفة الكلية لصناعة هذا العدد من الوحدات (*x*) هي:**

**C(*x*) = *x*2 – 2*x***

**المطلوب:**

1. **جد دالة وقيمة الربح الكلي عند بيع *x* = 4**
2. **جد دالة وقيمة الربح الحدّي لنفس عدد الوحدات السابق.**

**الحـــل:**

**1) الربح الكلي = العائد الكلي – الكلفة الكلية**

**T.P(*x*) = R(*x*) – C(*x*)**

**= 3*x*2 + 2*x* + 2 – (*x*2 – 2*x*)**

**= 3*x*2 + 2*x* + 2 – *x*2 + 2*x***

**T.P(*x*) = 2*x*2 + 4*x* + 2**

**T.P(4) = 2(4)2 + 4(4) + 2**

**= 50**

**2) *الربح الحدي = العائد الحدي – الكلفة الحدية***

**.P(*x*) = (*x*) – (*x*)**

**= 6*x* + 2 – (2*x* – 2)**

**= 6*x* + 2 – 2*x* + 2**

**أسلوب اول**

**.P(*x*) = 4*x* + 4**

**T.(4) = 4(4) + 4**

**= 20**

**T.P(*x*) = 2*x*2 + 4*x* + 2**

**أسلوب ثاني**

**T.(*x*) = 4*x* + 4**